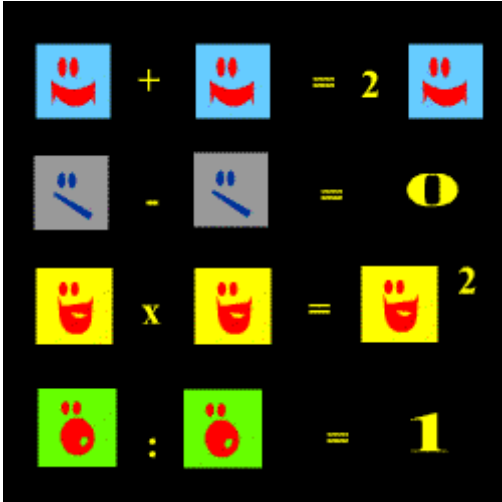


Aljabar

Pada saat bermain dengan aljabar , kurasakan seperti bermain dengan Si Asli, si Nol, si Cacah, si Negatif, si Bulat, si Rasional, si Irasional atau si Real. Tapi dengan warga baru yang terdiri dari simbol atau huruf. Yang juga dilengkapi dengan operasi +, -, \times dan \div .

Penggunaan simbol-simbol ini, sebenarnya sudah digunakan sejak awal jaman Mesir dan Hindius pada sekitar 1700 *BC*. Bangsa Yunani juga menggunakannya pada sekitar 250 *AD*. Tapi ... kata **aljabar** baru dikenal pada sekitar 820 *AD*. Saat seorang matematikawan yang berkebangsaan Arab, Abuu Ja'far Muhammad bin Muusaa al-Khwaarizmii, menuliskan *Kitāb Al-mukhtasar fii hisaab al-jabr wa'l-muqaabala*. Yang pada kata pengantarnya menunjukkan betapa pentingnya aljabar. Harus diajarkan secara benar dengan penuh kasih sayang. Sayang ♥... luv♥ ... aljabar :)

Dengan Nama Allah yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang
Segala puji bagi Allah, yang karena Dia, Maha Pemberi tanpa imbalan
Maha memiliki Hak atas segala kuasaNya, Maha megetahui segala perilaku ciptaanNya
kami berterima kasih, kami bergantung atas belas kasihNya
yang melindungi kami dari berbagai perubahan
mengakui keperkasaanNya, tunduk terhadap kekuatanNya
hormat atas ke Maha BesaranNya
seperti Allah tuturkan dalam
'Pimpinan dan Kesetiaan'
adanya keasyikan dikala menggemari ilmu pengetahuan
memberi contoh cara-belajar dengan cara yang lembut
bersikap sebagai panutan yang tak rumit
memberi perintah dengan jelas dan memberi semangat dikala mengatasi kesulitan
hingga kami bisa menyelesaikan perhitungan sesuai hukum yang benar
melengkapi dan mengurangi
dengan langkah yang termudah dan bermanfaat
pada kehidupan manusia sehari-hari
dalam pembagian warisan
perdagangan, pengukuran luas tanah
penggalian parit-parit untuk sistim irigasi
perhitungan geometri ... dan masalah-masalah lain



Simbol-simbol yang digunakan dalam aljabar boleh apa saja. Saat ini, simbol yang lebih sering digunakan adalah huruf-huruf. Huruf ini diperlakukan seolah-olah mempunyai sifat seperti bilangan. Huruf tunggal tanpa tanda seperti si Asli. Bisa diberi tanda +:), tetap si Asli atau -:), jadi si Negatif. Huruf bisa juga diletakkan di pembilang atau di penyebut. Seperti pada si Rasional, yang di penyebut bukan si Nol. Ada juga yang diletakkan di bawah tanda akar, si Irasional. Semua huruf bersifat seperti si Real, yang padat dan sexy. Maksudnya padat pada sebuah garis bilangan. Yang membedakan huruf dengan bilangan adalah ... huruf ini nilainya bisa berubah-ubah. Huruf ini dinamakan **peubah** atau variabel.

Operasi + pada aljabar:

$$\begin{aligned}
 a + a &= 2a \\
 2a + a + b + b &= 3a + 2b \\
 a + 0 &= a
 \end{aligned}$$

Operasi - pada aljabar:

$$\begin{aligned}
 a - a &= 0 \\
 2a - a &= a \\
 a - 2a &= -a \\
 3a - b - a - 4b &= 2a - 5b
 \end{aligned}$$

Operasi × pada aljabar:

$$\begin{aligned}
 p \times 1 &= p \\
 1 \times p &= p \\
 2 \times p &= 2p \\
 p \times 3 &= 3p \\
 p \times p &= p^2 \\
 p \times q &= pq \\
 p^2 \times p &= p^3 \\
 p \times p^3 \times q \times q &= p^4 q^2
 \end{aligned}$$

Operasi ÷ pada aljabar:

$$\begin{aligned}
 p \div 1 &= p \\
 1 \div p &= \frac{1}{p}
 \end{aligned}$$

$$p \div q = \frac{p}{q}$$

$$q \div p = \frac{q}{p}$$

Operasi +, -, \times atau \div dari beberapa simbol melahirkan bentuk aljabar, yang merupakan warga **Kampung Aljabar**.

Sifat operasi +, \times , - dan \div pada aljabar, seperti pada si Real. Misalkan x, y dan z seperti si Real.

Sifat tertutup terhadap operasi + atau \times

x si Real dan y si Real

$x + y$ si Real juga

xy si Real juga

Sifat komutatif terhadap operasi + atau \times

x si Real dan y si Real

$x + y = y + x$

$xy = yx$

Sifat asosiatif terhadap operasi + atau \times

x si Real, y si Real dan z si Real

$(x + y) + z = x + (y + z)$

$(xy)z = x(yz)$

Ada unsur identitas dan lawan untuk operasi +

x si Real

Ada unsur identitas 0, si Nol, dengan sifat

$x + 0 = x$ atau $0 + x = x$

Ada lawan -x, dengan sifat

$x + (-x) = 0$, si Nol

$-x + x = 0$, si Nol

Ada unsur identitas dan kebalikan untuk operasi \times

y si Real

Ada unsur identitas 1, dengan sifat

$y \times 1 = y$ atau $1 \times y = y$

Ada kebalikan $\frac{1}{y}$, dengan sifat

$$y \times \frac{1}{y} = 1$$

$$\frac{1}{y} \times y = 1$$

Siifat tertutup terhadap operasi - atau \div

x si Real dan y si Real
x - y si Real juga
x \div y si Real juga

Sifat terhadap operasi - atau \div

tidak bersifat komutatif
tidak bersifat asosiatif
tidak ada unsur identitas

Hubungan Si Real dan operasi-operasi +, \times - dan \div sangat erat. Sangat akrab, sehingga ...

operasi - pada si Real adalah operasi + terhadap lawannya :P
operasi \div pada si Real adalah operasi \times terhadap kebalikannya :P

Sifat distributif terhadap operasi + bergabung dengan \times

x si Real, y si Real dan z si Real
 $x(y + z) = xy + xz$
 $(x + y)z = xz + yz$

Permainan warga Kampung Aljabar dalam **Operasi + atau - pada aljabar**, tampak seperti mengelompokkan yang lambangnya sejenis. Si Real 2, 3 dan 5 melakukan operasi + dan - pada bentuk aljabar dengan riangnya

$$(2p + 3q - 5) + (p - 3q + 2)$$

"Ada tanda + :) di depan kurung", pikir si Real serempak. "Tak perlu perhatian, tak ada perubahan". Hukum komutatif dan asosiatif juga berlaku dalam permainan warga Kampung Aljabar

$$\begin{aligned}(2p + 3q - 5) + (p - 3q + 2) &= 2p + 3q - 5 + p - 3q + 2 \\ &= 2p + p + 3q - 3q - 5 + 2 \\ &= 3p - 3 \dots \text{Sip :)}\end{aligned}$$

"Apa yang terjadi kalau ada tanda - :(di depan kurung?", tanya si Real serempak dalam hati. "Perlu perhatian, ada perubahan menjadi lawannya"

$$\begin{aligned}(2p + 3q - 5) - (p - 3q + 2) &= 2p + 3q - 5 - p + 3q - 2 \\ &= 2p - p + 3q + 3q - 5 - 2 \\ &= p + 6q - 7 \dots \text{Sip :)}\end{aligned}$$

Si Bulat juga tak ketinggalan bermain dengan operasi \times dengan warga kampung Aljabar. Bentuk paling sederhana dari

$$2p \times (-3pq^2) \times (-2qr) \times 3pr$$

adalah

Pilihan jawabannya adalah a. $-36p^3q^3r^2$ b. $36p^2q^3r^3$ c. $36p^3q^3r^2$ d. $-36p^3q^2r^3$

Karena hukum komutatif dan asosiatif pada operasi \times , Si Bulat 2 dan 3 mengoperasikan bilangan dan tandanya terlebih dahulu . "Operasi kali dari $2 \times -3 \times -2 \times 3 = 36$ ". Kemudian baru huruf-hurufnya, boleh di bolak-balik mau dipilih yang mana duluan. Sekarang hasil operasi \times nya huruf-hurufnya adalah $p^3 q^3 r^2$. "Hasilnya $36p^3q^3r^2$ ", kata mereka. "Jadi jawab benar c". Sip :)

Hukum distributif mendasari permainan operasi – bergabung dengan operasi \times berikut. Hasil perhitungan bentuk aljabar $6a(3 - 2a)$ adalah ...

Pilihan jawabannya adalah a. $18 + 12a$ b. $18a + 12a^2$ c. $18a^2 - 12a$ d. $18a - 12a^2$

"Ya, yang ini sih gampang", kata si Bulat beramai-ramai. Dengan mata terpejam si Bulat menuliskan

$$6a(3 - 2a) = 18a - 12a^2$$

"Jawab benarnya d", kata si Bulat bersama-sama lagi. "Tidak mungkin si Bulat melakukan dengan mata terpejam", kataku. "Pasti si Bulat sudah belajar".

Si Negatif beramai-ramai juga ikut dalam permainan. Hasil pengurangan $-6x^2 - 12x$ dari $7x^2 + 2$ adalah ...

"Tanda -, negatif :(, perlu perhatian, ada perubahan menjadi lawannya", kata mereka dengan liris.

$$\begin{aligned}7x^2 + 2 - (-6x^2 - 12x) &= 7x^2 + 2 + 6x^2 + 12x \\ &= 13x^2 + 2 + 12x\end{aligned}$$

Penulisan aljabar yang jelita adalah dari kiri hurufnya tersusun sesuai urutan abjad. Dari kiri pangkat di mulai dari terbesar. Walaupun penulisan ini bukan hal yang wajib, berlatihlah menulis demikian . Agar aljabar menjadi jelita. Sayang ... luv ... aljabar ♥

$$\begin{aligned}&= 13x^2 + 12x + 2 \\ &\text{sip :)}\end{aligned}$$

Sekarang giliran si Asli. Bentuk paling sederhana dari hasil perhitungan aljabar

$$5p(2p - 3q - 5) - 3q(4q - 3p + 5)$$

Dengan pilihan jawabannya

- a. $10p^2 + 12q^2 - 6pq - 25p - 15q$
- b. $10p^2 - 12q^2 + 6pq - 25p - 15q$
- c. $10p^2 - 12q^2 - 6pq - 25p - 15q$
- d. $10p^2 - 12q^2 - 6pq - 25p + 15q$

adalah ...

"Ha ... ini kan menggunakan hukum distributif juga", kata si Bulat berteriak-teriak. Sedangkan Si Asli dengan tenang asik mengerjakan

$$\begin{aligned} 5p(2p - 3q - 5) - 3q(4q - 3p + 5) &= 10p^2 - 15pq - 25p - 12q^2 + 9pq - 15q \\ &= 10p^2 - 12q^2 - 6pq - 25p - 15q \end{aligned}$$

"Jawab benar c", kata si Asli bersama-sama.

Tanda kurung merupakan ciri pada operasi $+$, \times - atau \div secara bergabung. Seperti hitung campuran pada bilangan, yang di dalam kurung harus dikerjakan terlebih dahulu. Tanda kurung harus sepasang. Harus tahu mana pasangannya. Tanda kurung yang tidak sepasang menunjukkan adanya kesalahan. Ada kurung lebih dari sepasang, yang sifatnya bersarang. Maksudnya sepasang kurung berada di dalam sepasang kurung yang lain. Atau sebaliknya, sepasang kurung di luar sepasang kurung yang lain. Kurung yang paling dalam harus dikerjakan terlebih dahulu. Misalkan pada permainan si Cacah berikut ini

$$(2x + 3y) - [x - 2(3x - y)]$$

Si Cacah mengerjakan bagian dalam kurung yang bersarang terlebih dahulu. "Ada tanda - :(perlu perhatian", bisik salah satu dari si Cacah. "Ada perubahan menjadi lawannya". Sehingga diperoleh

$$= (2x + 3y) - [x - 6x + 2y]$$

Kemudian si Cacah melanjutkan mengerjakan yang di dalam kurung kotak. Sehingga diperoleh.

$$= (2x + 3y) - [-5x + 2y]$$

"Ada tanda - :(lagi", bisik si Cacah yang lain. "Perlu perhatian, ada perubahan menjadi lawannya".

$$= 2x + 3y + 5x - 2y$$

Selanjutnya diperoleh ...

$$\begin{aligned} &= 2x + 5x + 3y - 2y \\ &= 7x + y \end{aligned}$$

Jadi ... $(2x + 3y) - [x - 2(3x - y)] = 7x + y$... Sip :)

Si Linear $ax + b$, $a \neq 0$ merupakan warga Kampung Aljabar yang populer yang dilahirkan dari hubungan si Real dan lambang-lambang yang merupakan peubah. Dimana a dan b adalah si Real dan x adalah peubah. Dikatakan si Linear karena pangkat tertinggi si peubahnya adalah 1. Si Linear memiliki sifat-sifat

Jika $a = 0$, bukan si Linear, b saja, si Real yang merupakan konstanta

Jika $a = 1$, si Linear $x + b$

Jika $b = 0$, si Linear ax

Jika $a = 1$ dan $b = 0$, si Linear x

Permainan operasi \times pada si Linear berikut, merupakan pengembangan dari hukum distributif pada operasi $+$ bergabung dengan \times ...

$$(2a + 6)(3a - 7) :D$$

Yang kanan didistribusikan ke kiri. Dan didapatkan

$$= 2a(3a - 7) + 6(3a - 7)$$

Kemudian masing-masing didistribusikan lagi

$$= 6a^2 - 14a + 18a - 42$$

$$= 6a^2 + 4a - 42$$

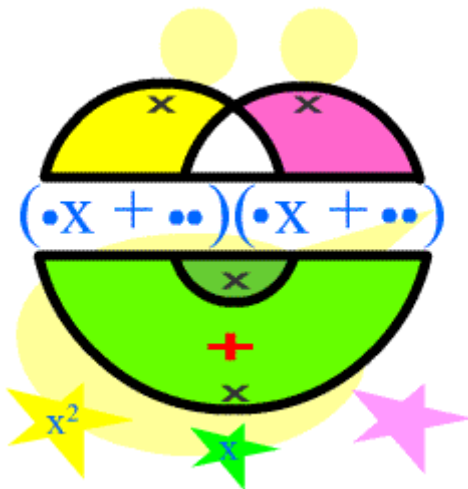
Jadi ... hasilnya

$$(2a + 6)(3a - 7) = 6a^2 + 4a - 42$$

sip :)

Permainan operasi \times pada si Linear melahirkan warga Kampung Aljabar yang tak kalah populer dengan si Linear. Dia adalah si Kuadrat.

Selain dengan sifat distributif seperti diatas tadi, operasi pada si Linear dapat dikerjakan dengan bantuan **Peri Gading**. Sayang♥ ... luv ♥... Peri Gading :)



Perkalian yang **kuning**, hasilnya letakkan di **bintang kuning**. Perkalian yang **hijau**, lalu tambahkan, hasilnya letakkan di **bintang hijau**. Perkalian yang **pink**, hasilnya letakkan di **bintang pink**.

$$(5x + 3)(-2x - 5) \\ = -10x^2 - 31x - 15$$

Ada 3 permainan operasi pada si Linear yang sangat digemari di Kampung Aljabar. Memang mula-mulanya permainan ini dilakukan bersama Peri Gading. Tapi lama

kelamaan semua sahabat matematika, siswa-siswiku lancar dalam permainan ini walaupun tanpa kehadiran Peri Gading.

Operasi pada si Linear $(ax + b)(ax - b)$

$$(2x - 3)(2x + 3)$$

Menurut Peri Gading, hasil dari $(2x - 3)(2x + 3) = 4x^2 + 0 - 9 = 4x^2 - 9$. Jadi untuk peroperasi si Linear dengan pola sama, tetapi yang satu +:) dan yang lain -:(, akan menghasilkan ...

$$(ax + b)(ax - b) = a^2x^2 - b^2$$

Operasi pada si Linear $(ax + b)^2$

Menurut Peri Gading, hasil dari $(2x + 3)(2x + 3) = 4x^2 + 12x^2 - 9 =$ Jadi untuk peroperasi si Linear dengan pola sama, dan ... +:), akan menghasilkan

$$(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2(ax)(b) + b^2$$

Operasi pada si Linear $(ax - b)^2$

Menurut Peri Gading, hasil dari $(2x - 3)(2x - 3) = 4x^2 - 12x^2 - 9 =$ Jadi untuk peroperasi si Linear dengan pola sama, dan ... -:(, akan menghasilkan

$$(ax - b)^2 = a^2x^2 - 2(ax)(b) + b^2$$

Sayang♥ ... luv♥ ... si Linear :)

Si Kuadrat $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ merupakan warga Kampung Aljabar yang tak kalah populer dengan si Linear. Yang dilahirkan dari operasi \times si Linear. Dimana a, b dan c adalah si Real dan x adalah peubah. Dikatakan si Kuadrat karena pangkat tertinggi dari peubahnya adalah 2. Dan memiliki sifat-sifat ...

Jika a = 0, bukan si Kuadrat, si Linear $bx + c$

Jika a = 1, si Kuadrat $ax^2 + bx + c$

Jika b = 0, si Kuadrat $ax^2 + c$

Jika c = 0, si Kuadrat $ax^2 + bx$

Jika a = 0 dan b = 0, c saja, konstanta

Jika b = 0 dan c = 0, si Kuadrat ax^2

Ada perkalian. Ada pemfaktoran. Ada KPK, ada FPB. Demikian juga pada aljabar, si Linear bisa difaktorkan menjadi perkalian konstanta dan si Linear atau perkalian si Linear. Maka ada pula pemfaktoran . Mulai dari yang paling sederhana

$$10x - 2 = 2(5x - 1)$$

Si Asli 2 bisa di tarik keluar

$$x^2 - 3x = x(x - 3)$$

si Peubah x bisa ditarik keluar

Pemfaktoran merupakan permainan yang sering dilakukan oleh Si Kuadrat. Pemfaktoran si Kuadrat menjadi perkalian si Linear ...

$$3x^2 - 11x + 6$$

Si Real 3 sebagai koefisien x^2 . Cari 2 bilangan yang jumlahnya -11, si Real koefisien pada x . Dan hasil kalinya harus sama dengan hasil kali $3 \times 6 = 18$. Jadi ... 2 bilangan tersebut adalah -2 dan -9. Kemudian ubah si Kuadratnya menjadi

$$3x^2 - 2x - 9x + 6$$

Selanjutnya jadikan 2 bagian. Tanda - :(perlu perhatian. Ada perubahan menjadi lawannya.

$$(3x^2 - 2x) - (9x - 6)$$

Selanjutnya seperti biasa. Dengan hukum distributif, pada bagian kiri dikeluarkan x , si Peubah. Dan ... pada bagian kanan dikeluarkan 3, si Real. Sehingga diperoleh

$$x(3x - 2) - 3(3x - 2)$$

Lagi-lagi dengan hukum distributif, dikeluarkan si Linear $(3x - 2)$. Dan diperoleh

$$(3x - 2)(x - 3)$$

Jadi ... hasil pemfaktoran adalah

$$3x^2 - 11x + 6 = (3x - 2)(x - 3) \dots \text{Sip :)}$$

Tidak semua si Kuadrat bisa difaktorkan. Selain dengan hukum distribusi, ada **Peri Hitam** yang menjadi sahabat anak-anak dan siswa-siswiku dalam menyelesaikan pemfaktoran

Bintang kuning diletakkan di **bintang kuning**. Isi tanda tanya hijau atau tanda tanya pink dengan syarat

- Hasil tambahnya adalah bintang hijau.
- Hasil kalinya adalah bintang pink

Lalu bagi dengan bintang kuning

$$\begin{aligned} 6x^2 - x - 12 \\ = (6x \dots)(6x \dots) \\ = (6x - 9)(6x + 8) \end{aligned}$$

dibagi 6,

bagian kiri dibagi 3, bagian kanan dibagi 2

$$= (2x - 3)(3x + 4)$$



Ada bentuk aljabar yang pangkat 3. Peri hitam hanya bisa untuk si Kudrat. Lihat dulu soalnya. Mungkin bisa di jadikan si Kuadrat?



$$x^3 - 11x^2 + 24x$$

dilakukan pemfaktoran yang paling sederhana terlebih dahulu

$$\begin{aligned} &= x(x^2 - 11x + 24) \\ &= x(x \dots)(x \dots) \\ &= x(x - 8)(x - 3) \\ &\quad \text{dibagi 1,} \\ &= x(x - 8)(x - 3) \end{aligned}$$

Tadi sudah di ketahui ada 3 permainan perkalian yang digemari pada si Linear, pada **Si Kuadrat** $a^2x^2 - b^2$ ada satu permainan pemfaktoran yang paling digemari. Semua anak-anak, sahabat matematika dan siswa-siswiku lancar dalam permainan ini tanpa kehadiran Peri Hitam. Kebalikan dari yang dikatakan Peri Gading $(ax + b)(ax - b) = a^2x^2 - b^2$. Peri Hitam menyarankan menghafalkan

$$\begin{aligned} x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\ 25x^2 - 16 &= (5x + 4)(5x - 4) \end{aligned}$$

Aku senang dengan permainan aljabar. Sayang♥ ... luv♥ ... aljabar :). Dengan si Kuadrat, si Linear, Peri Gading dan Peri Hitamnya :D

Himpunan

Si Nol hanya ada satu. Si Asli, si Cacah, Si Negatif, si Bulat, si Rasional, si Irasional dan si Real, masing-masing, ada tak terhingga banyaknya. Yang dilambangkan dengan ∞ . Mereka membentuk suatu himpunan.

Himpunan adalah kumpulan obyek yang sejenis. Nama himpunan ditulis dengan huruf besar A, B, C, ..., P, Q, ... atau yang lain-lain. Sedangkan setiap obyek dalam suatu himpunan disebut anggota atau elemen dari himpunan dilambangkan dengan huruf kecil a, b, c, ...

$$\begin{aligned} a \in A &\text{ artinya } a \text{ elemen dari } A :) \\ a \notin A &\text{ artinya } a \text{ bukan elemen dari } A :(\end{aligned}$$

Menuliskan himpunan dengan ada 2 cara, yaitu dengan cara mendaftar dan menyatakan sifat elemen-elemennya.

Dengan cara mendaftar:

Himpunan Bilangan Asli, Si Asli = {1,2,3, ... }
Himpunan bilangan Nol, elemennya hanya satu, Si Nol = {0}
Himpunan Bilangan Cacah , Si Cacah = {0, 1, 2, 3, ... }
Himpunan Bilangan Bulat, Si Bulat = { ... -3,-2,-1,0,1,2,3, ... }

Dengan cara menyatakan sifat-sifatnya:

Himpunan Bilangan Rasional, si Rasional = { $x \mid x = \frac{p}{q}$, p si Bulat, q si Bulat dan $q \neq 0$ }

Himpunan Bilangan Irasional, si Irasional = { $x \mid$ dimana tidak ada p si Bulat, q si Bulat dan $q \neq 0$ dengan $x = \frac{p}{q}$ }

Banyak elemen suatu himpunan dilambangkan dengan suatu huruf **n**. Untuk menghitung banyak elemen suatu himpunan, harus dituliskan terlebih dahulu dengan cara mendaftar.

Himpunan A, bila ditulis dengan menyatakan sifatnya $A = \{x \mid x \text{ si Asli, } x \leq 9\}$ atau bila dituliskan dengan cara mendaftar $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, maka $n(A) = 9$

Himpunan B, bila dituliskan dengan cara mendaftar $B = \{\dots -3,-2,-1,1,2\}$ atau bila dituliskan dengan menyatakan sifatnya $B = \{x \mid x \text{ si Bulat, } x < 3\}$, maka $n(B) = \infty$

Himpunan C, bila dituliskan dengan cara mendaftar $C = \{0,1,2,3,4\}$ atau bila dituliskan dengan menyatakan sifatnya $C = \{x \mid x \text{ si Bulat, } 0 \leq x \leq 4\}$, maka $n(C) = 5$

Himpunan **tanpa anggota** disebut himpunan kosong atau hampa. Yang dilambangkan dengan

$$\emptyset \text{ atau } \{ \}$$

Apakah ada himpunan hampa? Ku teringat lagu ... Hampa. Dinyanyikan oleh Ari Lasso. Ku cari CD nya dan ku putar lagu itu. Biarlah ... mengiringi aku belajar dengan seorang siswiku sore ini. Juga ditemani sahabat-sahabatku, sahabat matematika :)

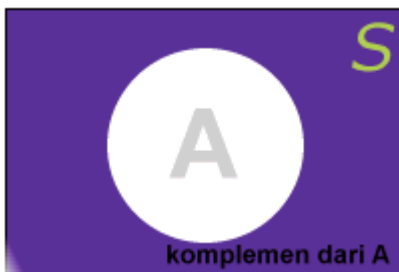
Kupejamkan mata ini
Mencoba tuk melupakan
Hampa terasa hidupku tanpa dirimu
Apakah disana kau rindukan aku
Seperti diriku yang selalu merindukanmu
Tak pernah kah kau sadar
Arti cintamu untukku

Aku memisalkan P adalah himpunan orang yang sangat dirindukan Ari Lasso dan Q adalah himpunan orang yang sangat kurindukan. Kehampaan Ari Lasso berbeda dengan

kehampaan himpunan P. Orang yang sangat dirindukan oleh Ari Lasso ada, entah dimana. Hatinya yang hampa. Orang yang kurindukan tidak ada. Maka dituliskan ...
 $P = \{ x \mid x \text{ seorang yang dicoba untuk dilupakan, selalu dirindukan, tak pernah sadar arti cinta} \}$, sedangkan $Q = \{ x \mid x \text{ tak ada} \}$. Jadi $n(P) = 1$, sedangkan $n(Q) = \emptyset$.

Himpunan mempunyai semesta yang merupakan tempat hidup himpunan-himpunan. Himpunan semesta dilambangkan dengan S, dari kata semesta, atau U, dari kata *universal*.

Cara lain untuk mengenali himpunan adalah dengan cara menggambar. Dikenal dengan sebutan diagram Venn, yang diperkenalkan oleh John Venn [1834 – 1923], seorang ahli logikawan berkebangsaan Inggris. Venn membuat himpunan semesta sebagai persegi panjang. Himpunan-himpunan sebagai lingkaran. Pada diagram Venn akan digambarkan komplemen dari suatu himpunan. Dan hubungan antara 2 himpunan atau lebih.



Bagian yang putih adalah himpunan A. Sedangkan yang gelap adalah komplemen himpunan A. Yang dilambangkan dengan A^c atau A'

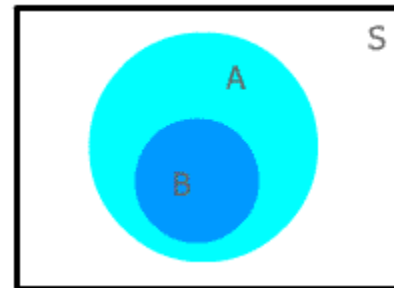
$$A^c = \{ x \mid x \in S, x \notin A \}$$

Hubungan 2 himpunan adalah himpunan sama atau himpunan bagian. Ada juga operasi 2 himpunan atau lebih. Himpunan yang sama adalah himpunan yang elemen-elemennya sama persis.

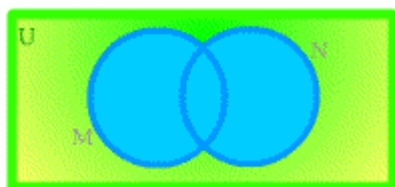
Himpunan bagian digambarkan oleh Venn sebagai berikut. Himpunan B adalah himpunan bagian dari himpunan A. Yang dilambangkan dengan

$$B \subset A$$

Yang maknanya untuk setiap $x \in B$, maka $x \in A$.



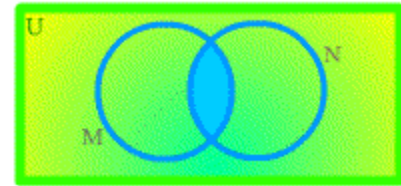
Operasi dalam himpunan ada 2 operasi dalam himpunan, yaitu gabungan dan irisan.



Operasi gabungan dalam himpunan: Misalkan 2 himpunan M dan N. M gabungan N adalah himpunan yang anggotanya adalah elemen-elemen atau di A atau di B. Venn menggambarkan M gabungan N sebagai berikut. Bagian yang berwarna biru adalah M gabungan N. Yang dilambangkan dengan

$$M \cup N = \{ x \mid x \in M \text{ atau } x \in N \}$$

Operasi irisan dalam himpunan: Misalkan 2 himpunan M dan N. M irisan N adalah himpunan yang anggotanya adalah elemen-elemen A dan, sekaligus B. Venn menggambarkan M gabungan N sebagai berikut. Bagian yang berwarna biru adalah M irisan N. Yang dilambangkan dengan



$$M \cap N = \{x \mid x \in M \text{ dan } x \in N\}$$

Siswiku dan sahabat-sahabat matematika pada awal bermain dengan himpunan seakan hanya mengenali lambang-lambang yang digunakan dalam himpunan. Misalnya benar atau salahkan penggunaan lambang-lambang berikut

$$4 \in \{2, 3, 4\} \dots B:)$$

$$\{2, 3\} \subset \{2, 3, 4\} \dots B:)$$

$$\{3\} \in \{2, 3, 4\} \dots S:($$

$$\{0\} = \emptyset \dots S:($$

Juga menentukan gabungan dan irisan 2 himpunan, yang dinyatakan dengan cara mendaftar

$$\{1, 3, 5\} \cup \{2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4, 5\} \dots B:)$$

$$\{1, 2, 4\} \cap \{2, 3, 4\} = \{2, 4\} \dots B:)$$

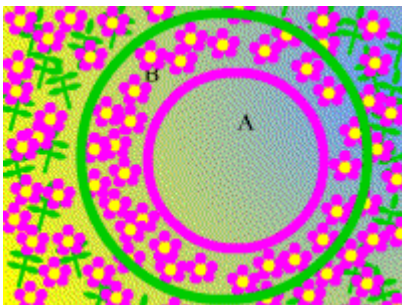
$$\{6, 8, 9, 11\} \cup \{3, 4, 9, 11\} = \{3, 4, 6, 8, 9, 11\} \dots B:)$$

$$\{1, 5, 9\} \cap \{3, 4, 6, 8\} = \emptyset \dots B:)$$

Siswaku membawa sebuah permainan tentang penggambaran diagram Venn dari

$$A' \cup B' = B'$$

Dia menggambarkan sebagai $A \subset B$, dan disalahkan oleh gurunya :(

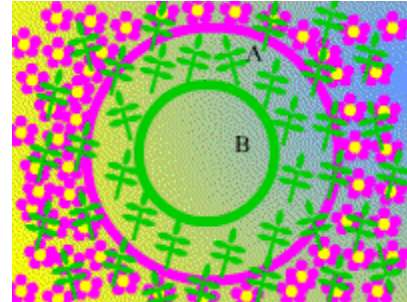


Aku menggambar diagram Venn dari $A \subset B$ di secarik kertas lain. Himpunan A kugambarkan dengan lingkaran warna *pink*. Lalu ku ikuti soalnya dengan menggambarkan himpunan A' dengan bunga-bunga jelita warna *pink*. Sedangkan himpunan B kugambarkan dengan lingkaran warna hijau dan himpunan B' kugambarkan dengan rumput-rumput segar warna hijau. Himpunan $A' \cup B'$ adalah atau himpunan bunga-bunga jelita atau himpunan rumput-rumput segar. Yang tak lain adalah himpunan A' . Jadi

$$A \subset B \Leftrightarrow A' \cup B' = A'$$

“Haha ... pasti yang benar sebaliknya”, kata sahabat matematika si Real. Yang dimaksud adalah $B \subset A$ ”.

Sekarang aku gambarkan $B \subset A$ di searik kertas. Himpunan A tetap kugambarkan dengan lingkaran warna pink. Himpunan A' digambarkan dengan bunga-bunga jelita warna pink. Sedangkan himpunan B tetap kugambarkan dengan lingkaran warna hijau. Himpunan B' digambarkan dengan rumput-rumput segar warna hijau. Himpunan A' gabungan himpunan B' adalah atau bunga-bunga jelita atau rumput-rumput segar. Yang tak lain adalah himpunan B'. Jadi



$$B \subset A \Leftrightarrow A' \cup B' = B'$$

Augustus De Morgan (27 Juni 1806 – 18 Maret 1871) adalah seorang matematikawan dan logikawan berkebangsaan Inggris. De Morgan hubungan yang cantik antara gabungan komplemen himpunan-himpunan dengan komplemen irisan himpunan-himpunan itu. Atau sebaliknya ...

$$A' \cup B' = (A \cap B)'$$

Atau sebaliknya ...

$$A' \cap B' = (A \cup B)'$$

Aku teringat lagu **Marilah Kemari** yang diciptakan oleh Titik Puspa.

Boleh dua-duaan, asal tetap di lingkaran.

Begitu juga dalam masalah himpunan, lebih aman bermain dalam himpunnannya, di dalam lingkaran. Daripada di komplemennya, di luar lingkaran. Jadi permainan

$$A' \cup B' = B'$$

Bisa diubah menjadi

$$(A \cap B)' = B'$$

Yang artinya

$$A \cap B = B$$

Dan ... lebih mudah dibayangkan diagram Vennnya sebagai $B \subset A$. Sayang♥... luv♥... himpunan :)

Jika Si Cacah $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ adalah suatu semesta dari himpunan

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \text{ dan } B = \{2, 4, 6, 8\}.$$

Maka $A^c \cap B^c$ adalah ...

Si Cacah mengubah, sesuai hukum De Morgan $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$. Dan memperoleh $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$. Maka $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{7, 9, 10\}$... Sip :)

Si Nol menanyakan kepada si Cacah, “Bagaimana dengan $A^c \cup B^c$?” “Tentu saja, tentukan terlebih dahulu $A \cap B = \{2, 4, 6\}$ ”, kata si Cacah.. Dan ...

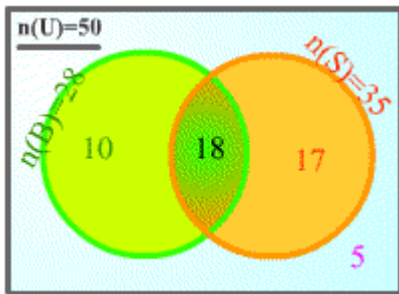
$$A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 10\}$$

Permainan lain dalam himpunan. Sebuah kelompok basket terdiri beranggotakan 50 orang. Yang gemar sayuran 28 orang. Yang gemar buah-buahan 35 orang. Diantara mereka ada 18 orang yang gemar, keduanya, sayuran dan buah-buahan. Banyaknya orang yang tidak gemar sayuran dan tidak gemar buah-buahan adalah ...

Dulu permainan seperti ini diselesaikan dengan rumusan

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Tapi kini ... siswa-siswi masa kini dan sahabat-sahabat matematika. Si Nol, si Asli, si Cacah, si Negatif, si Bulat, si Rasional, si Irasional dan si Real menyelesaikan soal seperti ini dengan diagram Venn. Aku merasa, aku harus bisa seperti siswa-siswi masa kini dan samabat-sahabat matematika :). Lebih mudah. Sudah dibuktikan oleh banyak siswa-siswi dan sahabat-sahabat matematika yang belajar bersama aku :D

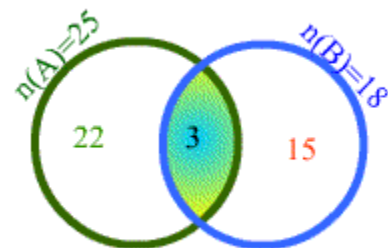


U adalah semesta kelompok basket terdiri beranggotakan 50 orang, $n(U) = 50$. S adalah himpunan penggemar sayuran, $n(S) = 28$. B adalah himpunan penggemar buah-buahan, $n(B) = 35$. Yang gemar keduanya, sayuran dan buah-buahan, atau lebih tepatnya sayuran dan *sekaligus* buah-buahan 18 orang, $n(S \cap B) = 18$. Dari diagram Venn bisa dilihat, yang gemar sayuran saja ada $28 - 18 = 10$. Dan yang gemar buah-buahan saja ada $35 - 18 = 17$.

Jadi ... dari diagram Venn bisa dilihat, yang gemar sayuran atau buah-buahan, $n(S \cup B) = 10 + 18 + 17 = 45$. Selanjutnya ... yang tidak gemar sayuran dan tidak gemar buah-buahan adalah yang di luar gabungannya. Bisa dihitung ada $50 - 45 = 5$. Jadi, banyaknya orang yang tidak gemar sayuran dan tidak gemar buah-buahan adalah 5 orang. Sip ... :)

Si Rasional juga bermain dengan himpunan. Banyak siswa di sebuah kelas adalah 50 orang. Ada 25 siswa ikut kegiatan ekstrakurikuler Seni Tari Jawa. Dan ada 18 siswa ikut Paduan Suara. Jika ada 10 siswa tidak ikut kegiatan ekstrakurikuler, karena harus berlatih untuk kompetisi Matematika. Maka ada berapa siswa yang mengikuti kegiatan ekstrakurikuler Seni Tari Jawa dan sekaligus Paduan Suara? Dan berapa banyak himpunan bagian yang dapat dibuat dari himpunan siswa yang mengikuti kedua kegiatan tersebut sekaligus? “Banyak siswa yang ikut kegiatan ekstrakurikuler asalah $50 - 10 = 40$ siswa”, kata si Rasional.

Si Rasional menggambarkan himpunan siswa yang mengikuti Seni Tari Jawa sebagai A. Dan himpunan siswa yang mengikuti Paduan Suara sebagai B. Maka himpunan siswa yang mengikuti Seni Tari Jawa dan sekaligus Paduan Suara adalah $A \cap B$. Sedangkan siswa yang mengikuti Seni Tari Jawa atau Paduan Suara adalah $A \cup B$, dengan $n(A \cup B) = 40$. Terlihat pada diagram Venn, yang juga sesuai rumusnya



$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 25 + 18 - 40 \\ &= 3\end{aligned}$$

“Jadi, banyak siswa yang mengikuti kegiatan ekstrakurikuler Seni Tari Jawa dan sekaligus Paduan Suara adalah 3 orang”, kata si Rasional mengakhiri gambarannya.

Apa sebenarnya yang dimaksud dengan banyaknya himpunan bagian dari suatu himpunan?

Misalkan himpunan $A = \{1,2,3\}$

$$n(A) = 3$$

Himpunan-himpunan bagian dari A adalah

$\{ \}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{2,3\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}$

Jadi ...

Banyak himpunan bagian yang bisa dibuat dari A adalah 8

Secara umum bisa dirumuskan sebagai berikut

**Misalkan banyak anggota suatu himpunan adalah n
Banyak himpunan bagian yang bisa dibuat adalah 2^n**

Kembali ke permainan himpunan si Rasional. Maka, banyak himpunan bagian yang dapat dibuat dari himpunan siswa yang mengikuti kedua kegiatan tersebut sekaligus, atau banyak himpunan bagian dari $A \cap B$ adalah

$$2^3 = 8$$

Si Irasional memperhatikan permainan si Rasional. Banyak himpunan bagian dari himpunan yang dimaksud adalah semua himpunan yang mungkin terjadi. Bisa yang kosong, bisa yang banyak anggotanya 1, bisa yang banyak anggotanya 2 dan bisa yang banyak anggotanya 3. “Berapa banyak himunan bagian yang dapat dibuat jika yang banyak anggotanya tertentu saja?, tanyanya. “Kita harus membuat barisan bilangan Segitiga Pascal”, kata si Rasional

			1					
			1	1			$n = 1$	
		1	2	1			$n = 2$	
		1	3	3	1		$n = 3$	
		1	4	6	4	1	$n = 4$	
		1	5	10	10	5	1	$n = 5$
	1	6	15	20	15	6	1	$n = 6$
\emptyset	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)		

banyak elemen dari himpunan bagian

Si Rasional menyelesaikan permainan himpunan yang ditanyakan si Irasional, sesuai barisan bilangan Segitiga Pascal, dalam tabel berikut ...

Banyak elemen suatu himpunan	1	2	3	4	5	6
Banyak himpunan bagian yang \emptyset atau banyak elemennya 0	1	1	1	1	1	1
Banyak himpunan bagian yang banyak elemennya 1	1	2	3	4	5	6
Banyak himpunan bagian yang banyak elemennya 2	:(1	3	6	10	15
Banyak himpunan bagian yang banyak elemennya 3	:(:(1	4	10	20
Banyak himpunan bagian yang banyak elemennya 4	:(:(:(1	5	15
Banyak himpunan bagian yang banyak elemennya 5	:(:(:(:(1	6
Banyak himpunan bagian yang banyak elemennya 6	:(:(:(:(:(1
Banyak semua himpunan bagian yang mungkin ($= 2^n$)	2	4	3	16	32	64

Sayang♥ ... luv♥ ... himpunan bagian :)

Aku Tak Mau Sendiri

Sore ini hujan deras. Tadi siswa-siswaku sudah mengirim sms. Mereka tidak bisa datang. Masih macet di jalan. Aku ambil CD, kudengar alunan suara Bunga Citra Lestari (BCL).

Lagu ini pernah megiringi aku belajar bersama anak-anakku Mini dan Inar. Sekarang mereka semua sudah di Perguruan Tinggi. Aku sangat bahagia bisa mengantar mereka mencapai cita-citanya. Inilah BCL ...

Sejak Ia pergi dari hidupku, ku merasa sepi
dia tinggalkan ku sendiri, tanpa satu yang pasti

Sahabat-sahabat matematika, semua yang kampungna tdak banjir datang ke rumahku. Mereka mendengarkan dan ikut mendendangkan lagu Aku tak mau Sendiri nya BCL. Sambil membantuku menyelesaikan permainan perkalian pada pecahan aljabar ...

$$\frac{3x^2}{4} \cdot \frac{16y}{12x^3}$$

Seperti pada bilangan rasional, operasi kali pada pecahan aljabar juga pembilang dikali pembilang dan penyebut kali penyebut. Atau bisa menyederhanakan dengan cara pembilang atau penyebut dibagi dengan bilangan yang sama. Yang dilakukan dengan mencoret bilangan yang akan dibagi dengan bilangan yang sama dan menuliskan hasilnya ...

Kampung Bulat kali ini bebas banjir. Si Bulat, semuanya bekerja sama mulai dengan membagi dengan 4, mencoret dengan warna merah. Pada 16 di pembilang, hasilnya 4, dituliskan dengan warna merah. Pada 4 di penyebut, hasilnya 1, tak dituliskan. Selanjutnya membagi dengan 3, mencoret dengan warna hijau. Pada 3 di pembilang, hasilnya 1, tak dituliskan. Pada 12 di penyebut, hasilnya 4, dituliskan dengan warna hijau. Selajutnya ... membagi dengan 4, mencoret dengan warna biru. Pada 4 di pembilang, hasilnya 1, tak dituliskan. Pada 4 di penyebut, hasilnya 1, tak dituliskan. Sekarang mambagi dengan x^2 , mencoret dengan warna ungu muda. Pada x^2 di pembilang, hasilnya 1, tak dituliskan. Pada x^3 di penyebut, hasilnya x , yang dicoret pangkatnya. Jadi, hasil akhirnya ...

$$\boxed{\frac{1}{x}}$$

Sip :)

Kampung Cacah, bagian dari Kampung Bulat juga tidak banjir. Si Cacah, di rumahku, menikmati alunan suara BCL dangan lagu Aku tak Mau Sendiri. Inilah BCL ...

aku tak tau harus bagaimana, aku merasa tiada berkawan
selain dirimu, selain cintamu

Hujan semakin deras. Si Cacah makin tenggelam dalam menyelesaikan permaonan perkalian aljabar dengan iringan lagunya BCL. Aku bersyukur, walau anak-anakku

sekarang jauh dari aku. Tapi karena aku sayang♥ ... luv♥ ... aljabar :), aku masih mempunyai sahabat-sahabat matematika yang menemani aku. Belajar aljabar. Belajar matematika ...

$$\frac{x-2}{4y} \cdot \frac{12y^2}{x^2+x-6}$$

Si Cacah memfaktorkan terlebih dahulu, barangkali nanti bisa disederhanakan

$$\frac{x-2}{4y} \cdot \frac{12y^2}{(x+3)(x-2)}$$

Iya ... bisa disederhanakan. Si Cacah membagi pembilang atau penyebut dengan bilangan yang sama. Dengan cara mencoret ...

$$\frac{\cancel{x-2}}{\cancel{4}y} \cdot \frac{\overset{3}{12}y^{\cancel{2}}}{(x+3)\cancel{(x-2)}}$$

Dimulai dengan membagi dengan (x - 2), mencoret dengan warna merah. Pada x - 2 di pembilang, hasilnya 1, tak dituliskan. Pada (x - 2) di penyebut, hasilnya 1, tak dituliskan. Selanjutnya membagi dengan 4, mencoret dengan warna hijau. Pada 12 di pembilang, hasilnya 3, dituliskan dengan warna hijau. Pada 4 di penyebut, hasilnya 1, tak dituliskan. Selanjutnya ... membagi dengan y, mencoret dengan warna biru. Pada y² di pembilang, hasilnya y, yang dicoret pangkatnya. Pada y di penyebut, hasilnya 1, tak dituliskan. Jadi, hasil akhirnya ...

$$\boxed{\frac{3y}{x+3}}$$

Sip :)

Hujan mulai reda. Si Asli, yang kampungnya juga tidak banjir, setia menemaniku dalam rasa sepi karena jauh dari anak-anakku. Inilah BCL ...

Kirim aku malaikatmu, biar jadi kawan hidupku
dan tunjukkan jalan yang memang, kau pilihkan untukku

Sambil menyelesaikan permainan pembagian pada pecahan aljabar ...

$$\frac{6x^2}{4x^2y - 12xy} : \frac{3x^2 + 12x}{x^2 + x - 12}$$

"Wah ... ingat-ingat pembagian pada bilangan pecahan. Harus diubah menjadi perkalian dan pembagiannya dibalik", pikir si Asli sambil asik menuliskan pikirannya di selembar kertas ...

$$\frac{6x^2}{4x^2y - 12xy} \cdot \frac{x^2 + x - 12}{3x^2 + 12x}$$

Kemudian, dia melakukan hal seperti biasanya bila bermain perkalian pecahan aljabar. Mencoba melakukan pemfaktoran terlebih dahulu ...

$$\frac{6x^2}{4xy(x - 3)} \cdot \frac{(x+4)(x-3)}{3x(x+4)}$$

Lalu mencoba menyederhanakan, membagi pembilang atau penyebut dengan bilangan yang sama. Dengan mencoret ...

$$\frac{\overset{2}{\cancel{6}x^2}}{\underset{2}{\cancel{4}xy}(x - \overset{3}{\cancel{3}})} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{(x+4)}}(\cancel{x-3})}{\underset{3}{\cancel{3}x}(\overset{3}{\cancel{x+4}})}$$

Dimulai dengan membagi dengan (x - 3), mencoret dengan warna merah. Pada (x - 3) di pembilang, hasilnya 1, tak dituliskan. Pada (x - 3) di penyebut, hasilnya 1, tak dituliskan. Selanjutnya membagi dengan (x + 4), mencoret dengan warna hijau. Pada (x - 4) di pembilang, hasilnya 1, tak dituliskan. Pada (x - 4) di penyebut, hasilnya 1, tak dituliskan. Selanjutnya ... membagi dengan x², mencoret dengan warna biru. Pada x² di pembilang, hasilnya 1, tak dituliskan. Pada x dan x di penyebut, hasilnya 1, tak dituliskan. Selanjutnya ... membagi dengan 3, mencoret dengan warna ungu muda. Pada 6 di pembilang, hasilnya 2, kutuliskan dengan warna ungu muda pada 3 di penyebut, hasilnya 1, tak dituliskan. Selanjutnya ... membagi dengan 2, mencoret dengan warna jingga. Pada 2 di pembilang, hasilnya 1, tak dituliskan. Pada 4 di penyebut, hasilnya 2, dituliskan dengan warna jingga. Jadi, hasil akhirnya ...

$$\boxed{\frac{1}{2y}}$$

Sip :)

Pada saat sepi sendiri. Sambil mendengarkan lagu Aku tak Mau Sendirinya BCL. Aku jadi teringat masa kecilku yang mempunyai banyak teman. Aku bersyukur, kini aku selalu ditemani oleh sahabat-sahabatku matematika :). Tapi kali ini, justru pada saat menyelesaikan permainan pecahan aljabar, kampung Rasional yang diluar kampung Bulat, dilanda banjir. Mereka tidak bisa datang ke rumahku. Inilah BCL ...

Kirim aku malaikatmu, karena ku sepi berada di sini
dan di dunia ini, aku tak mau sendiri

Sekarang giliran Si Nol bermain penjumlahan dan pengurangan pecahan aljabar. Dia satukan , karena pengurangan sebenarnya penjumlahan juga. Penjumlahan terhadap lawannya. Seperti pada penjumlahan dan pengurangan bilangan rasional, harus menyamakan penyebutnya. Yang terbaik disamakan menjadi KPKnya ...

$$\frac{3x}{3x^2 - 12} + \frac{1}{2x^2 + 4x}$$

Si Nol memfaktorkan terlebih dahulu penyebutnya ...

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}(x^2 - 4)} + \frac{1}{2x(x + 2)}$$

"Ooh ... ternyata masih bisa difaktorkan lagi", kata si Nol

$$\frac{x}{(x + 2)(x - 2)} + \frac{1}{2x(x + 2)}$$

Selanjutnya ... si Nol menyamakan penyebutnya. Karena penyebut sudah difaktorkan, si Nol bisa langsung bisa menentukan KPK dari penyebutnya, yaitu $2x(x + 2)(x - 2)$...

$$\frac{(x)(2x)}{2x(x+2)(x-2)} + \frac{(x-2)}{2x(x+2)(x-2)}$$

Dan ... Si Nol menambahkan pembilangnya. Dan mendapatkan hasil akhirnya ...

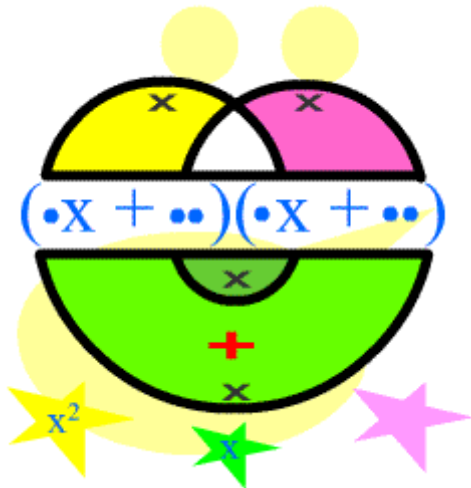
$$\frac{2x^2 + x - 2}{2x(x + 2)(x - 2)}$$

Sip :)

Hujan telah reda. Aku mengharap tulisan sahabat-sahabat metematika ini bermanfaat bagi siswa-siswi SMP dan SMA di negeriku, Indonesia. Masih sempat kunikmati bait terakhir lagu Aku tak Mau Sendiri yang dinyanyikan oleh BCL. Inilah BCL ...

tanpa terasa aku, teteskan air mata ini
yang tiada berhenti, mengiringi kisah di hati

Tapi hari masih sore. Aku masih ingin bermain dengan sahabat-sahabat matematika :). Kubuka catatan permainan yang tersimpan rapi di bagian samping meja tempat aku bermain bersama sahabat-sahabat matematika dan siswa-siswiku.



Hasil penjabaran dari $(4x + 3y)(3x - 4y)$ adalah

...

Pilihan jawabannya

- a. $12x^2 - 7xy - 12y^2$
- b. $12x^2 - 7xy + 12y^2$
- c. $12x^2 + 7xy - 12y^2$
- d. $12x^2 + 7xy + 12y^2$

Aku teringat Peri Gading ..

$$(4x + 3y)(3x - 4y) = 12x^2 - 7xy - 12xy$$

Jawab benar a. Sip :)

Pemfaktoran dari $4x^2 - 25y^2$ adalah ...

Pilihan jawabannya :

- a. $(x - 5y)(4x - 5y)$
- b. $(x - 5y)(4x + 5y)$
- c. $(2x - 5y)(2x - 5y)$
- d. $(2x - 5y)(2x + 5y)$

Permainan yang ini harus dihafalkan $4x^2 - 25y^2 = (2x + 5y)(2x - 5y)$.

Jawab benar d. Sip :)

Permainan dari Panitia Uji Coba Kompetensi Siswa Ujian Nasional. Bentuk sederhana

dari $\frac{2x^2 + x - 15}{4x^2 - 25}$ adalah ...

- Pilihan jawabannya a. $\frac{x-3}{2x+5}$ b. $\frac{x-3}{2x-5}$ c. $\frac{x+3}{2x+5}$ d. $\frac{x+3}{2x-5}$

Aku teringat Peri Hitam untuk memfaktorkan pembilangnya ...

$$\begin{aligned} &2x^2 + x - 15 \\ &(2x \dots)(2x \dots) \\ &(2x + 6)(2x - 5) \\ &\text{dibagi 2} \\ &(x + 3)(2x - 5) \end{aligned}$$

Dan ... penyebutnya juga difaktorkan hafalan ...

$$4x^2 - 25 = (2x + 5)(2x - 5)$$



Selanjutnya ... bisa diubah menjadi bentuk ...

$$\frac{(x+3)(2x-5)}{(2x+5)(2x-5)}$$

Lalu ... disederhanakan dengan cara mencoret yang sama ...

$$\frac{(x+3)\cancel{(2x-5)}}{(2x+5)\cancel{(2x-5)}}$$

Jadi, hasil akhirnya ...

$$\boxed{\frac{x+3}{2x+5}}$$

Jawab benar c. Sip :)

Permainan usai. Sahabat-sahabat matematika :) berpamitan pulang. Mereka akan membantu Kampung Rasional di luar Kampung Bulat yang dilanda banjir. Juga Kampung Irasional. Aku teringat anak-anakku, Mini dan Inar, semoga menjadi anak yang baik. Bersyukur kepada Allah. Berbakti kepada orang tua. Berguna bagi negeri ini. Indonesia ♥

Persamaan dan Pertaksamaan Linear Satu Peubah

Persamaan adalah pernyataan aljabar, yang dihubungkan dengan tanda kesamaan =. Sedangkan pertaksamaan adalah pernyataan aljabar yang dihubungkan dengan tanda ketaksamaan < (lebih kecil dari), > (lebih besar dari), ≤ (lebih kecil atau sama dari) dan ≥ (lebih besar atau sama dari).

Persamaan linear satu peubah adalah suatu persamaan antara

$$\text{Si Linear} = \text{si Real: } 2a + 5 = -3$$

$$\text{Si Linear} = \text{si Linear: } -5y + 2 = y - 8$$

Persamaan linear satu peubah, dalam sebuah persamaan hanya ada satu peubah. Pada contoh diatas, si peubah pada persamaan yang pertama adalah a. Si peubah pada persamaan yang kedua adalah y. Si peubah, nilainya bisa berubah-ubah. Nilai a atau y yang menyebabkan hubungan persamaan benar, dikatakan **penyelesaian dari persamaan** tersebut. Sedangkan nilai a atau y yang tidak menyebabkan hubungan persamaan, bukan penyelesaian persamaan tersebut.

$$2a + 5 = -3$$

Jika a = 0, si Nol, maka $2(0) + 5 = -3$. Selanjutnya $0 + 5 = -3$ dan $5 = -3$. Salah :(. Jadi 0, si Nol, bukan penyelesaian. Jika a = 1, maka $2(1) + 5 = -3$. Selanjutnya $2 + 5 = -3$ dan $7 = -3$. Salah lagi :(. Jadi 1 bukan penyelesaian. Jika a = -2, maka $2(-2) + 5 = -3$.

Selanjutnya $-4 + 5 = -3$ dan $1 = -3$. Lagi-lagi salah :(. Jadi -2 bukan penyelesaian. Jika $a = -3$, maka $2(-3) + 5 = -3$. Selanjutnya $-6 + 5 = -3$ dan $-1 = -3$. Aduh! Salah lagi :(. Jadi -5 bukan penyelesaian. Jika $a = -$, maka $2(-4) + 5 = -3$. Selanjutnya $-8 + 5 = -3$ dan $-3 = -3$. Sip ... bener :) . Jadi -4 adalah penyelesaian. Dikatakan juga, himpunan penyelesaian (HP) dari $2a + 5 = -3$ adalah $\{-4\}$.

Selain dengan mencoba satu persatu nilai a mana yang merupakan penyelesaianaku dapat menggunakan **sifat kesamaan pada bilangan** real, si Real ...

Terhadap operasi $+$.

Sebuah persamaan tetap sama jika sebelah kiri atau sebelah kanan tanda $=$ ditambah bilangan yang sama

Terhadap operasi $-$, atau operasi $+$ terhadap lawannya.

Sebuah persamaan tetap sama jika sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda $=$ dikurang bilangan yang sama

Terhadap operasi \times .

Sebuah persamaan tetap sama jika sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda $=$ dikali bilangan yang sama

Karena operasi \div , atau operasi \times terhadap kebalikannya

Sebuah persamaan tetap sama jika sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda $=$ dibagi bilangan yang sama. Asalkan ... pembagiannya bukan si Nol

Sifat **tetap sama** pada persamaan dikatakan **tetap ekuivalen**. Aku coba menggunakan sifat persamaan untuk persamaan

$$-5y + 2 = y - 8$$

operasi $+$ dengan (-2) , atau dikurang 2

$$\begin{aligned} -5y + 2 - 2 &= y - 8 - 2 \\ -5y &= y - 10 \end{aligned}$$

operasi $+$ dengan $(-y)$, dikurang y

$$\begin{aligned} -5y - y &= y - 10 - y \\ -6y &= -10 \end{aligned}$$

operasi \times dengan $-\frac{1}{6}$, dibagi -6

$$\begin{aligned} -6\left(-\frac{1}{6}\right)y &= -10\left(-\frac{1}{6}\right) \\ y &= \frac{10}{6} \\ &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Siswaku membawa permainan **persamaan linear** dari sekolahnya. Selesaikan $-3(4 - x) = 5 - (x + 1)$! Sahabat matematika, si Real mulai dengan sifat distributif pada operasi + bergabung dengan operasi \times

$$-12 + 3x = 5 - x - 1$$

$$-12 + 3x = 4 - x$$

Kemudian sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda =, ditambah x. Dan jadilah ...

$$-12 + 3x + x = 4 - x + x$$

$$-12 + 4x = 4$$

Lagi-lagi ... sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda =, ditambah 12. Dan jadilah ...

$$12 + 4x + 12 = 4 + 12$$

$$4x = 16$$

Sifat inilah yang sering dikatakan sebagai sesuatu yang dipindahkan menyeberangi tanda =, tandanya diubah menjadi lawannya

$$-12 + 3x = 4 - x$$

$$3x + x = 4 + 12$$

$$4x = 16$$

Selanjutnya ... sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda =, dikali $\frac{1}{4}$. Dan jadilah ...

$$4x \left(\frac{1}{4}\right) = 16 \left(\frac{1}{4}\right)$$

$$x = 4$$

Jadi, penyelesaian dari $-3(4 - x) = 5 - (x + 1)$ adalah 4. Atau dikatakan juga ... Himpunan Penyelesaian (HP) dari $-3(4 - x) = 5 - (x + 1)$ adalah $\{4\}$. Sip :)

Ada persamaan, ada pertaksamaan. Pertaksamaan linier satu peubah adalah pertaksamaan antara

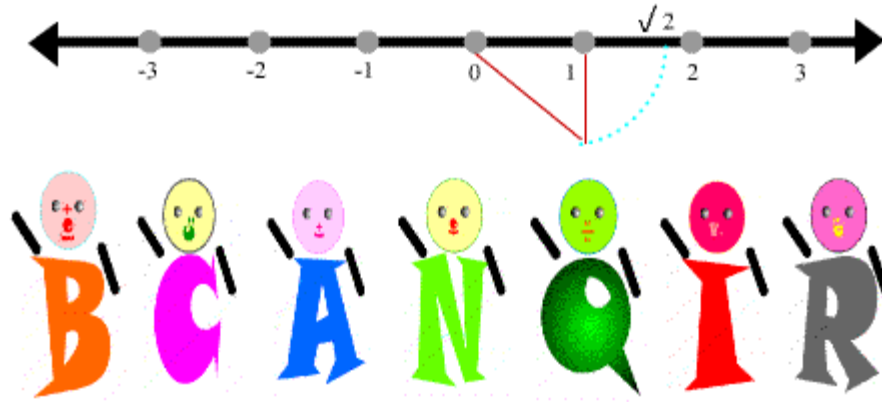
Si Linear < si Real

$$3p - 8 < -2$$

Si Linear > si Linear

$$-2q - 4 > 9 + q$$

Nilai p atau q yang menyebabkan hubungan suatu pertaksamaan benar disebut sebagai penyelesaian dari pertaksamaan itu. Penyelesaian pertaksamaan biasanya bukan merupakan sebuah bilangan. Penyelesaian pertaksamaan pada Kampung Bulat merupakan kumpulan titik-titik bilangan bulat. Penyelesaian pertaksamaan pada Kampung Rasional atau Kampung Real merupakan daerah dalam Kampung tersebut, yaitu interval. Himpunan Penyelesaian pertaksamaan pada si Real, bisa dituliskan dengan notasi pertaksamaan, notasi interval atau gambar grafik bilangan real.



Sifat Pertaksamaan:

Terhadap operasi +:

Sama dengan persamaan. Sebuah pertaksamaan tetap ekivalen jika sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda pertaksamaan, ditambah bilangan yang sama

Karena operasi -, adalah operasi + terhadap lawannya. Sebuah pertaksamaan tetap sama jika sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda pertaksamaan, dikurang bilangan yang sama









Terhadap operasi \times :

Sama seperti pada persamaan. Sebuah pertaksamaan tanda pertaksamaan tetap sama jika sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda pertaksamaan dikali bilangan yang sama, yang positif (:). Berbeda dengan persamaan. Sebuah pertaksamaan tanda pertaksamaan terbalik jika sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda pertaksamaan dikali bilangan yang sama, yang negatif :(

Demikian juga dengan operasi \div , adalah operasi \times terhadap kebalikannya

Sama seperti pada persamaan. Sebuah pertaksamaan tanda pertaksamaan tetap sama jika sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda pertaksamaan dibagi bilangan yang sama, yang positif (:). **Berbeda** dengan persamaan. Sebuah pertaksamaan tanda pertaksamaan terbalik jika sebelah kiri tanda atau sebelah kanan tanda pertaksamaan dibagi bilangan yang sama, yang negatif :(. Asalkan ... pembaginya bukan si Nol.

Yang dimaksud notasi grafik bilangan real adalah penggalan dari garis bilangan real. Penggalan ini menunjukkan interval pada garis bilangan real yang merupakan tempat kedudukan penyelesaian suatu pertaksamaan. Berikut adalah hubungan antara notasi pertaksamaan, notasi interval dan grafik garis bilangan Real, bagian dari Kampung Real.

notasi pertaksamaan	notasi interval	grafik garis bilangan Real
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$	
$a \leq x < b$	$[a, b)$	
$a < x \leq b$	$(a, b]$	
$a < x < b$	(a, b)	
$x \leq a$	$(-\infty, a]$	
$x < a$	$(-\infty, a)$	
$x \geq b$	$[b, \infty)$	
$x > b$	(b, ∞)	

Penyelesaian pertaksamaan linier satu peubah $3p - 8 < -2$ pada Kampung Real adalah ...
Dipindah menyeberangi tanda ketaksamaan tandanya berubah menjadi lawannya

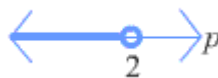
$$3p < -2 + 8$$

$$3p < 6$$

Dibagi 3, si Asli yang positif :)

$$p < 2$$

notasi interval: $(-\infty, 2)$
gambar garis bilangan real



HP dari $3p - 8 < -2 = \{p | p < 2\}$
Sip :)

Contoh pertaksamaan linier yang lain. Penyelesaiannya pada si Bulat adalah ...

$$-2q - 4 > 9 + q$$

Dipindah menyeberangi tanda ketaksamaan tandanya berubah menjadi lawannya

$$-2q - q > 9 + 4$$

$$-3q > 13$$

Dibagi -3, si Negatif yang negatif :(, tanda ketaksamaannya dibalik

$$q < 4,$$

grafik bilangan bulat



$$\begin{aligned} \text{HP dari } -2q - 4 > 9 + q &= \{q \mid q < 4, q \text{ di Kampung Bulat}\} \\ &= \{\dots -1, 0, 1, 2, 3\} \\ &\text{Sip :) } \end{aligned}$$

Berikut bermain pertaksamaan bersama si Real...

$$2(2x + 3) \leq 6(x - 2) + 10$$

Mereka harus melakukan hukum distributif terlebih dahulu, sehingga menjadi ...

$$4x + 6 \leq 6x - 12 + 10$$

Si Real memindahkan $6x$ yang di sebelah kanan tanda ketaksamaan \leq ke sebelah kiri, dan menjadi lawannya. Juga, memindahkan 6 yang di sebelah kiri tanda ketaksamaan \leq ke sebelah kanan, menjadi lawannya ...

$$\begin{aligned} 4x - 6x &\leq -12 + 10 - 6 \\ -2x &\leq -8 \end{aligned}$$

Tujuan si Real menentukan penyelesaian, mencari nilai x . Maka ... sebelah kiri tanda ketaksamaan, maupun sebelah kanan tanda ketaksamaan dikali dengan $-\frac{1}{2}$. Tanda $-$ (:, maka ketaksamaan harus dibalik

$$x \geq 4$$

Di Kampung Real penyelesaian pertaksamaan $2(2x + 3) \leq 6(x - 2) + 10$, bisa dituliskan dengan notasi interval $[4, \infty)$ atau dengan cara menuliskan sifat ...

$$\text{HP dari } 2(2x + 3) \leq 6(x - 2) + 10 = \{x \mid x \geq 4\}$$

Sedangkan di Kampung Bulat bisa dituliskan dengan cara mendaftar ...

$$\text{HP dari } 2(2x + 3) \leq 6(x - 2) + 10 = \{x \mid 4, 5, 6, 7, \dots\}$$

Si Cacah mempunyai cerita. Saat mereka menyelenggarakan konser musik mendapatkan dana sebesar Rp 60.000.000,00 dari penjualan 8.000 tiket masuk. Jika Si Cacah menjual 2 jenis tiket, masing-masing Rp 6.000,00 dan Rp 10.000,00. Maka banyak masing-masing tiket yang terjual adalah ...

Si Cacah memisalkan banyak tiket seharga **Rp 60.000,00 yang terjual dengan simbol ♦** Karena seluruh tiket 8.000 lembar, maka **banyak tiket seharga Rp 100.000,00 yang terjual adalah 8.000 - ♦**. Berdasarkan cerita pada soal, si Cacah memperoleh hubungan ...

$$\begin{aligned}
6.000 \diamond + 10.000(8.000 - \diamond) &= 60.000.000 \\
6.000 \diamond + 80.000.000 - 10.000 \diamond &= 60.000.000 \\
-4000 \diamond &= -20.000.000 \\
\diamond &= 5.000
\end{aligned}$$

Banyak tiket seharga Rp 60.000,00 yang terjual 5.000 lembar banyak tiket seharga Rp 100.000,00 yang terjual $8.000 - 5.000 = 3.000$ lembar sip :)

Si Rasional mempunyai cerita tentang masalah ekologi. Menurut termometer Fahrenheit (F), suhu di Antartika dalam periode 24 jam, berada pada rentang -49°F dan 14°F . Jika termometer Fahrenheit dan Celcius (C) mempunyai hubungan $F = \frac{9}{5} C + 32$,

maka suhu di Antartika pada rentang Celciusnya adalah ...

Si Rasional menuliskan ceritanya diatas sebagai peraksamaan linear satu peubah. Peubahnya adalah F ...

$$-49 \leq F \leq 14$$

Mereka merubah F dengan C sesuai hubungan termometer Fahrenheit dan Celcius ...

$$-49 \leq \frac{9}{5}C + 32 \leq 14$$

Si Rasional memindahkan 32 menyeberang tanda pertaksamaan \leq , dan menjadi ...

$$-49 - 32 \leq \frac{9}{5}C \leq 14 - 32$$

$$-81 \leq \frac{9}{5}C \leq 18$$

Si Rasional mengalikan semuanya dengan $\frac{5}{9}$, dan menjadi ...

$$-81 \left(\frac{5}{9} \right) \leq C \leq 18 \left(\frac{5}{9} \right)$$

Si Rasional mendapatkan hasil akhirnya ...

$$-45 \leq C \leq -10$$

”Jadi menurut termometer Celcius, suhu di Antartika adalah diantara atau sama dengan -45°C dan -10°C ”, si Rasional mengakhiri ceritanya. Hari sudah senja. Padahal masih banyak permainan persamaan dan pertaksamaan linear satu peubah. Sayang♥ ... luv♥ ... matematika :). Lain waktu dilanjutkan ya. CU :)

Sempurna

"Ayo dengarkan lagu lagi", suara si Bulat memecahkan suasana permainan seru. "Ayo-ayo", kata siswa-siswiku. Si Bulat mencari CD di rak yang ada di sudut ruangan. Sahabat-sahabat matematika :) yang lain sibuk meneruskan permainan persamaan dan pertaksamaan linier satu peubah yang dibawa oleh siswa-siswiku dari sekolahnya. Asik banget, sambil mendengarkan lagu ... Andra and the Backbone :)

Kau begitu sempurna, dimataku kau begitu indah
kau membuat diriku akan slalu memujimu

Penyelesaian permainan persamaan dan pertaksamaan linear satu peubah tergantung dimana tempat mainnya. Di Kampung Real. Atau di Kampung Bulat. Boleh juga main di Kampung Rasional. Himpunan penyelesaian $-3(4 - z) = 5 - z$ untuk z bilangan bulat adalah ...

“Oh ... ini di kampungku”, kata si Bulat. “Pertama-tama, harus menggunakan hukum distributif terlebih dahulu”.

$$-12 + 3z = 5 - z$$

”Kemudian, dipindahkannya $-z$ nya ke kiri. Dan dipindahkannya -12 ke kanan”, sambungnya lagi.

$$\begin{aligned} 3z + z &= 5 + 12 \\ 4z &= 14 \end{aligned}$$

”Lalu, dikalikan dengan $\frac{1}{4}$, dan didapatkan hasil...

$$z = 3\frac{1}{2}, \text{ suatu pecahan :(}$$

Di Kampung Bulat tak ada pecahan. Persamaan linear $-3(4 - z) = 5 - z$ tak punya penyelesaian di Kampung Bulat. Jadi, HP dari $-3(4 - z) = 5 - z = \{ \}$. Sip :)

Tapi di Kampung Rasional persamaan linear satu peubah $-3(4 - z) = 5 - z$ mempunyai sebuah penyelesaian. Yaitu $z = 3\frac{1}{2}$. Atau HP dari $-3(4 - z) = 5 - z = \{3\frac{1}{2}\}$. Asik banget ... Andra and the Backbone :)

Disetiap langkahku, kukan slalu memikirkan dirimu
Tak bisa kubayangkan hidupku tanpa cintamu

Untuk persamaan, kalau ada, hanya ada satu penyelesaian. Sedangkan pertaksamaan mempunyai lebih dari satu penyelesaian. yang bisa dituliskan dengan notasi pertaksamaan, interval atau grafik garis bilangan. Ini permainan dari UAN 2007/2008. Himpunan penyelesaian dari pertaksamaan linear satu peubah $-5 - 7x \leq 7 - x$ untuk x bilangan bulat adalah ...

Pilihan jawabannya adalah

- A. $\{-1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.
- B. $\{-2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
- C. $\{\dots, -6, -5, -4, -3, -2\}$
- D. $\{\dots, -7, -6, -5, -4, -3\}$

Si Asli memindahkannya $-x$ dari sebelah kanan ke sebelah kiri tanda ketaksamaan \leq . Dan memindahkannya -5 dari sebelah kiri ke sebelah kanan tanda pertaksamaan \leq . Dan menjadi ...

$$-7x + x \leq 7 + 5$$

Selanjutnya ... si Asli menyedrehanakan menjadi ...

$$-6x \leq 12$$

Dan selanjutnya ... si Asli mengalikan dengan $-\frac{1}{6}$. Tandanya \leq :(, tanda pertaksamaan dibalik. Jadi penyelesaian dengan notasi pertaksamaannya adalah ...

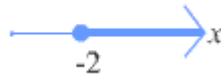
$$x \geq -2$$

Dan ... penyelesaian untuk x bilangan bulat, di Kampung Bulat. Dan dengan notasi himpunan dengan cara mendaftar adalah ...

$$\text{HP dari } -5 - 7x \leq 7 - x = \{-2, -1, 0, 1, 2 \dots\}$$

"Jawaban benar adalah B :)", si Asli bersorak gembira.

Penyelesaian pertaksamaan tadi di Kampung Rasional atau kampung Real, dengan notasi interval adalah $[-2, \infty)$. Dan ... penyelesaian dengan grafik garis bilangan



Sip :)

Persamaan dan pertaksamaan linear satu peubah ada juga yang berbentuk pecahan. Disini ... sebelah kiri dan di sebelah kanan tanda pertaksamaan dikalikan dengan bilangan yang sama. Bilangan yang sama, dipilih KPK dari penyebutnya. Asik banget ... Andra and the Backbone :)

Janganlah kau tinggalkan diriku, takkan mampu menghadapi semua
Hanya bersamamu ku akan bisa

Si Rasional mulai dengan menuliskan persamaan terlebih dahulu untuk permainan selanjutnya ...

$$\frac{2x - 3}{9} - \frac{x + 5}{6} = \frac{3 - x}{2} - 1$$

Si Rasional menghilangkan penyebutnya, agar menjadi persamaan yang biasa yang bukan pecahan. Mereka mengalikan dengan KPK penyebutnya. **KPK dari 9, 6 dan 2 adalah 18.**

$$18\left(\frac{2x - 3}{9}\right) - 18\left(\frac{x + 5}{6}\right) = 18\left(\frac{3 - x}{2}\right) - 18 \quad (1)$$

Diperoleh suatu persamaan

$$2(2x - 3) - 3(x + 5) = 9(3 - x) - 18$$

Selanjutnya, si Rasional mengerjakan dengan sifat operasi kali dan tambah. Seperti biasa, bila bertemu tanda - :(harus hati-hati.

$$4x - 6 - 3x - 15 = 27 - 9x - 18$$

Mereka mengumpulkan yang ada x nya atau yang bilangan saja.

$$x - 21 = -9x + 9$$

Mereka memindahkan -9x ke sebelah kiri tanda persamaan. Dan -21 ke sebelah kanan tanda kesamaan =

$$\begin{aligned} x + 9x &= 9 + 21 \\ 10x &= 30 \end{aligned}$$

Jadi hasil akhirnya ... $x = 3$ dan HP dari $\frac{2x-3}{9} - \frac{x+5}{6} = \frac{3-x}{2} - 1$ adalah $\{3\}$. Sip :)

"Nyanyi dulu ah", kata si Nol. Semua bersama-sama. Si Real, si Irasional, si Rasional, si Bulat, si Negatif, si Cacah, si Asli dan si Nol. Asik banget ... Andra and the Backbone :)

Kau adalah darahku, kau adalah jantungku
Kau adalah hidupku, lengkapi diriku
Oh sayangku, kau begitu
Sempurna.. Sempurna..

Selanjutnya, permainan pertaksamaan linear satu peubah...

$$\frac{3y}{7} - \frac{y-4}{3} \geq 4 + \frac{2y}{7}$$

Giliran si Real mengalikan dengan 21, untuk menghilangkan penyebutnya ...

$$21 \left(\frac{3y}{7} \right) - 21 \left(\frac{y-4}{3} \right) \geq 21(4) + 21 \left(\frac{2y}{7} \right)$$

Kemudian mereka menghitung hasil kalinya ...

$$3(3y) - 7(y-4) \geq 21(4) + 3(2y)$$

Dan hasil selanjutnya ...

$$9y - 7y + 28 \geq 84 + 6y$$

Lanjut lagi ...

$$2y + 28 \geq 84 + 6y$$

"Ayo ... pindahkan", desah si Real

$$2y - 6y \geq 84 - 28$$

Lanjut lagi ...

$$-4y \geq 56$$

"Lanjut lagi dibagi denga -4", kata si Real sambil menuliskan.

$$y \leq -14$$

"Inilah penyelesaian dengan notasi pertaksamaan", sambung si Real lagi. "Dengan notasi interval ... (∞ , -14] dan bagaimana grafik garis bilangannya?"



Sip :)

Di Kampung Real HP = $\{y \mid y \leq -14\}$. Sedangkan di Kampung Bulat HP = $\{\dots, -16, -15, -14\}$

"Sudah selesai", si Real melompat dari bangku tempat duduknya dan bernyanyi. Asik banget ... Andra and the Backbone :)

Kau genggam tanganku, saat diriku lemah dan terjatuh
Kau bisikkan kata dan hapus semua sesalku

Hari esok mudah-mudahan aku bertemu siswa-siswiku. Sayang♥ ... luv♥ ... persamaan dan pertaksamaan linear :).

Ayo Berpikir ♣

Permainan dengan menggunakan simbol dan huruf dinamakan aljabar. Rasa senang yang timbul saat bermain dengan si Asli, si Nol, si Cacah, si Bulat, si Rasional, si Irasional dan

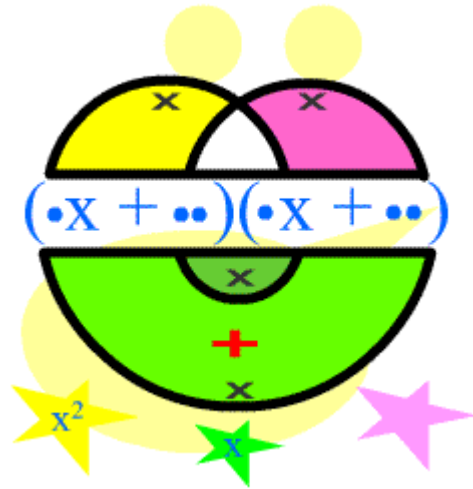
si Real masih tersimpan di hati. Yaitu melakukan operasi $+$, \times , $-$ atau \div ... kini permainan itu diramaikan juga dengan simbol-simbol huruf a, b, c, p, q, r, u, v, w, x, y, z ... dan lain-lain. Ayo kerjakan sampai bentuk paling sederhana ...

$$\begin{aligned}
 3p - 2q + 4r - p + 4q - 2r - (p + q - r) &= \dots \\
 3a^2 - 4ab - 2a(a + b) &= \dots \\
 2(x - 1) - 3(2x - 3) - (4x - 5) &= \dots \\
 -y(x + 2y - 3z) + z(y - 5) &= \dots \\
 3u + 4u - 5(u + 3) + 10(2 + \frac{1}{2}u) &= \dots
 \end{aligned}$$

Permainanku dengan aljabar semakin asyik sejak mengenal si Linear dan si Kuadrat.

Ayo kerjakan ...

$$\begin{aligned}
 (m - 7)(m + 3) &= \dots \\
 (4x - 3)(x - 2) &= \dots \\
 (y + 9)(2y + 3) &= \dots \\
 (-3p + 4)(2p - 5) &= \dots \\
 (5z - 2)(-z + 2) &= \dots
 \end{aligned}$$



Ayo kerjakan juga yang ini ...

$$\begin{aligned}
 (2a + 4)^2 &= \dots \\
 (x - 6)^2 &= \dots \\
 (y + 5)(y - 5) &= \dots \\
 (2p + 5q)^2 &= \dots \\
 (2u - 3v)^2 &= \dots \\
 (4x + 3y)(4x - 3y) &= \dots
 \end{aligned}$$



Ayo faktorkan ...

$$\begin{aligned}
 x^2 - 11x + 24 &= \dots \\
 3x^2 - 2x - 4 &= \dots \\
 4u^2 - 3u - 4 &= \dots \\
 2x^4 - 24x^3 + 40x^2 &= \dots \\
 3m^3n - 15m^2n^2 + 18mn^3 &= \dots
 \end{aligned}$$

Ayo faktorkan juga yang ini ...

$$\begin{aligned}
 a^2 - 16 &= \dots \\
 x^2 - 100 &= \dots \\
 25x^2 - 4y^2 &= \dots \\
 4p^4 - 4 &= \dots \\
 u^2v^2 - w^2 &= \dots
 \end{aligned}$$

Ada juga pecahan aljabar. Pada pecahan ada pembilang dan penyebut. Pembilang dan penyebut si Rasional adalah si Bulat. Si Bulat pada penyebutnya bukan si Nol. Pembilang dan penyebut pada pecahan aljabar adalah si Linear atau si Kuadrat. Seperti pada di Rasional penyebutnya bukan si Nol. Sifat-sifat operasi + x : atau - pada pecahan aljabar seperti pada si Rasional. Ayo kerjakan pecahan aljabar berikut ...

$$\begin{aligned}
 \frac{x-8}{x+2} - \frac{x-9}{x+2} &= \dots \\
 \frac{2x}{3y} \cdot \frac{6y^2}{4x} &= \dots \\
 \frac{1}{x^2-y^2} + \frac{1}{x^2-2xy+y^2} &= \dots \\
 \frac{x^2-xy}{xy+y^2} : \left(\frac{x^2-y^2}{x^2+2xy+y^2} : \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2y+xy^2} \right) &= \dots
 \end{aligned}$$

Persamaan dan Pertaksamaan Kuadrat Satu Peubah

Seperti biasa, persamaan adalah pernyataan aljabar, yang dihubungkan dengan tanda kesamaan =. Sedangkan pertaksamaan adalah pernyataan aljabar yang dihubungkan dengan tanda ketaksamaan < (lebih kecil dari), > (lebih besar dari), ≤ (lebih kecil atau sama dari) dan ≥ (lebih besar atau sama dari).

Persamaan kuadrat satu peubah adalah suatu persamaan antara

$$\text{Si Kuadrat} = \text{Si Nol} : 2x^2 + 4x - 30 = 0$$

$$\text{Si Kuadrat} = \text{si Real} : x^2 + 5x - 10 = -4$$

$$\text{Si Kuadrat} = \text{si Linear} : 3x^2 + 12x + 5 = 11x + 6$$

$$\text{Si Kuadrat} = \text{si Kuadrat} : 2x^2 + 2x + 3 = x^2 + x + 1$$

Persamaan kuadrat satu beubah hanya mempunyai 1 peubah, yang pada contoh diatas adalah x. Seperti pada persamaan linear satu peubah, nilai x yang memenuhi kebenaran persamaan merupakan penyelesaian dari persamaan tersebut. Si Kuadrat, pangkat tertinggi dari x adalah 2. Maka pada dasarnya ada 2 nilai x yang merupakan penyelesaian persamaan kuadrat tersebut.

Penyelesaian persamaan kuadrat satu peubah bisa dicari dengan berbagai cara. Salah satu cara yang mudah dengan cara memfaktorkan si Kudratnya terlebih dahulu

$$\text{Si Kuadrat} = \text{si Nol} : 2x^2 + 4x - 30 = 0$$



$$(2x \dots)(2x \dots) = 0$$

$$(2x + 10)(2x - 6) = 0$$

harus dibagi dengan 2

$$(x + 5)(2x - 6) = 0$$

$$(x + 5) = 0 \text{ atau } (2x - 6) = 0$$

x = -5 atau x = 3 merupakan penyelesaian dari $2x^2 + 4x - 30 = 0$.

Jadi, HP dari persamaan kuadrat $2x^2 + 4x - 30 = 0$ adalah { -5 , 3 }.

Sip :)

$$\text{Si Kuadrat} = \text{si Real} : x^2 + 5x - 10 = -4$$

Harus diubah menjadi

$$\text{Si Kuadrat} = \text{si Nol: } 2x^2 + 4x - 30 = 0$$

$$(x \dots)(x \dots) = 0$$

$$(x + 6)(x - 1) = 0$$

$$x + 6 = 0 \text{ atau } x - 1 = 0$$

$$x = -6 \text{ atau } x = 1$$

HP dari $x^2 + 5x - 10 = -4$ adalah $\{-6, 1\}$

Sip :)



Si Kuadrat = si Linear: $3x^2 + 12x + 5 = 11x + 6$

Harus diubah menjadi si Kuadrat = si Nol : $3x^2 + x - 1 = 0$. Tidak bisa difaktorkan :(.
Dalam keadaan seperti ini. Ada rumus untuk menentukan penyelesaian persamaan kuadrat satu peubah. Persamaan kuadrat satu peubah, yang bentuk umumnya ...

$$ax^2 + bx + c = 0$$

a, b dan c si Real

a bukan si Nol

x si Peubah

Rumus untuk menentukan penyelesaian persamaan kuadrat satu peubah dinamakan rumus_abc

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{atau} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Maka penyelesaian dari persamaan kuadrat satu peubah $3x^2 + x - 1 = 0$ adalah ...

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-1 + \sqrt{1 - 4(3)(-1)}}{2(3)} \\ &= \frac{-1 + \sqrt{1 + 12}}{6} \\ &= \frac{-1 + \sqrt{13}}{6} \end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned}
 x_2 &= \frac{-1 - \sqrt{1 - 4(3)(-1)}}{2(3)} \\
 &= \frac{-1 - \sqrt{1 - 4(3)(-1)}}{2(3)} \\
 &= \frac{-1 - \sqrt{1 + 12}}{6} \\
 &= \frac{-1 - \sqrt{13}}{6}
 \end{aligned}$$

Si Irasional, ada bilangan yang dibawah tanda akar, x_1 atau x_2 adalah si Irasional. Sip:). Misalkan bilangan yang dibawah tanda akar $\sqrt{b^2 - 4ac}$ dinamakan :D, yang selalu tertawa lebar. Si :D ini bisa positif atau si :D adalah si Nol atau si :D negatif. Ciri-ciri si :D untuk penyelesaian persamaan kuadrat satu peubah adalah ...

Si :D positif :), :D > 0

Ada 2 nilai x yang berbeda, si Real, yang merupakan penyelesaian persamaan juadrat satu peubah $ax^2 + bx + c = 0$, bisa si Irasional, si Rasional atau si Bulat

Si :D adalah si Nol, :D = 0

Ada 2 nilai x yang berbeda atau hanya ada 1 nilai x, si Real, yang memenuhi, bisa si Rasional atau si Bulat

Si :D negatif :(, :D < 0

Tidak ada nilai x, si Real, yang memenuhi. Akar si Negatif adalah si Imajiner ... bukan si Real. Tidak kuperkenalkan sama sekali disini. Si Imajiner sahabat Inar, anakku

Si Kuadrat = si Kuadrat: $2x^2 + 2x + 3 = x^2 + x + 1$

Harus diubah menjadi si Kuadrat = si Nol: $x^2 + x + 2 = 0$. Tidak bisa difaktorkan :(.
Gunakan rumus_abc

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{atau} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \frac{-1 + \sqrt{1 - 4(1)(2)}}{2} \\
 &= \frac{-1 + \sqrt{1 - 8}}{2} \\
 &= \frac{-1 + \sqrt{-7}}{2}
 \end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned}
 x_2 &= \frac{-1 - \sqrt{1 - 4(1)(2)}}{2} \\
 &= \frac{-1 - \sqrt{1 - 8}}{2} \\
 &= \frac{-1 - \sqrt{-7}}{2}
 \end{aligned}$$

x_1 dan x_2 bukan si Real :(

Ada persamaan ada tak persamaan kuadrat satu peubah

Pertaksamaan kuadrat satu peubah juga harus dijadikan bentuk yang baku. Yaitu si Kuadrat dipertaksamakan dengan si Nol. Caranya sama dengan pada persamaan kuadrat satu peubah. Seperti pada pertaksamaan linear satu peubah, penyelesaian pertaksamaan kuadrat satu peubah merupakan pada si Real merupakan interval. Dan merupakan kumpulan titik-titik bilangan bulat si Bulat. Contoh pertaksamaan kuadrat satu peubah

Penyelesaian pertaksamaan kuadrat satu peubah $x^2 - x - 12 \geq 0$ adalah ...



Si Kuadratnya harus difaktorkan terlebih dahulu $x^2 - x - 12 \geq 0$

$$(x - 4)(x + 3) \geq 0$$

- Jika penyelesaiannya di Kampung Real, gambar Garis Bilangan Real
- Tentukan titik-titik batasnya, yaitu $x = 4$ atau $x = -3$
- Pilih titik yang mudah, jika memungkinkan si Nol.
- Tentukan nilai si Kuadrat pada daerah titik yang dipilih berada: $(0 - 4)(0 + 3) = -12 < 0$
- Tetangganya selalu lawannya.
- Pertaksamaan $x^2 - x - 12 \geq 0$, pilih daerah yang ≥ 0 (+ + +)



Karena pertasamaannya harus lebih besar atau sama dengan 0, si Nol, maka interval yang berlaku untuk penyelesaian pertaksamaannya dengan notasi pertaksamaan adalah

$$x \leq -3 \quad \text{atau} \quad x \geq 4$$

Dengan notasi interval $(-\infty, 4]$ atau $[3, \infty)$. Dan dengan grafik bilangan real



Bisa juga dengan notasi himpunan penyelesaian

$$\text{HP} = \{x \mid x \leq -3 \text{ atau } x \geq 4\}$$

Sayang♥ ... luv♥ ... persamaan dan pertaksamaan kuadrat satu peubah :)

Ayo Berjuang ♦

Masih ingatkah kepada si Genap dan si Ganjil? Mereka mereka mengajak bermain dengan persamaan linear satu peubah. Ayo cari penyelesaiannya ...

$$\begin{aligned} 3x - (2x - 1) &= 7 \\ 8 - \frac{3}{4}(x - 4) &= \frac{1}{8}(x + 1) \\ 3(1,5x - 0,2) &= 0,5x \\ \frac{6x}{5} - \frac{x-1}{4} &= x \\ 4(2x - 1) - 12 &= 16 - 2x \\ 10x - 9 &= 19 + 9x \end{aligned}$$

Ada persamaan ada pertaksamaan. Ini dia si Prima, tak mau ketinggalan, memberikan pertaksamaan linear satu peubah. Ayo cari penyelesaiannya ...



$$2(x + 5) \geq 4(x + 8)$$

$$2 \leq 3x - 7 \leq 14$$

$$x/5 - 3 > 3/5 - x$$

$$-1 < 2/3x + 5 < 11$$

$$-3(4 - x) \leq 5 - (x + 1)$$



Bentuk Pangkat dan Akar ... Eksponen dan Radikal

Hari ini. Hari libur yang ceria. Burung ketilang berkicau di pohon Lengkeng yang ada di depan rumahku. tanda waktu menunjukkan jam 05.30. Aku sudah berpikir untuk santai. Tapi saat menikmati gorengan singkong aku tiba-tiba teringat. Hari ini aku janji untuk belajar dengan salah satu siswiku. Aku bersyukur Allah mengingatkan aku. Terima kasih ya Allah:) Wah sahabat-sahabatku juga ingin berlibur. Tapi ... si Real dan si Irasional mau menemaniku belajar :D

Pangkat pada si Real, bisa dihitung langsung. Pangkat pada aljabar, karena merupakan lambang atau huruf, tak bisa dihitung langsung. **Inilah pengertian bentuk pangkat pada aljabar dan operasi-operasinya...**

x si Peubah, n si Asli

Pangkat n, si Asli :) $x^n = x \cdot x \cdot x \dots \cdot x$

Pangkat si Nol :D $x^0 = 1$

Pangkat -n, si Negatif :($x^{-n} = \frac{1}{x^n}$

**Operasi-operasi pada bentuk pangkat
a si Peubah.
m dan n si Bulat ...**

$$a^m a^n = \underbrace{aaa \dots a}_{\text{ada sebanyak } m} \underbrace{aaa \dots a}_{\text{ada sebanyak } n} = a^{m+n} \quad \text{menjadi sebanyak } m+n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{\underbrace{aaa \dots a}_{\text{ada sebanyak } m}}{\underbrace{aaa \dots a}_{\text{ada sebanyak } n}} = a^{m-n} \quad a \neq 0 \quad \text{tinggal sebanyak } m-n$$

$$(a^m)^n = \underbrace{aaa \dots a}_{\text{ada sebanyak } m} \underbrace{aaa \dots a}_{\text{ada sebanyak } m} \dots \underbrace{aaa \dots a}_{\text{ada sebanyak } m}_{\text{ada } n \text{ kali}} = a^{mn} \quad \text{menjadi sebanyak } mn$$

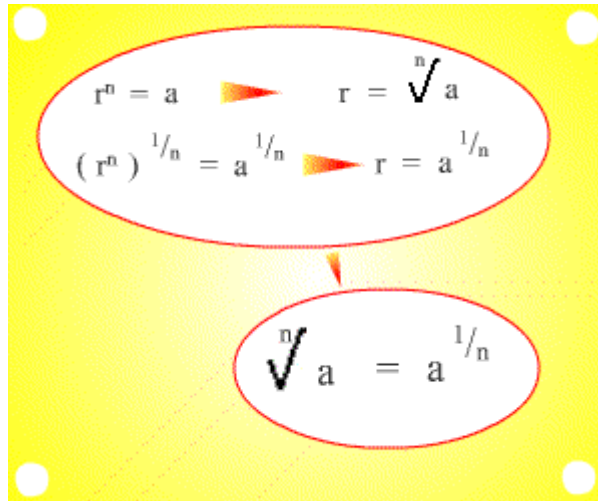
**a, b si Peubah
m si Bulat ...**

$$(ab)^m = \underbrace{ab \quad ab \quad \dots \quad ab}_{\text{sebanyak } m \text{ kali}} = a^m b^m$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \underbrace{\left(\frac{a}{b}\right) \left(\frac{a}{b}\right) \dots \left(\frac{a}{b}\right)}_{\text{sebanyak } m \text{ kali}} = \frac{a^m}{b^m} \quad b \neq 0$$

Dari sejak mengenal si Asli, telah diketahui akar dan pangkat suatu bilangan sangat erat hubungannya. Maka dalam aljabar, keamatan hubungan antara akar dan pangkat dapat ditunjukkan sebagai berikut

Sementara aku hanya ingin berkenalan dengan bilangan sampai Kumpulan Bilangan Real, si Real saja. Bentuk akar yang menghasilkan si Real adalah akar dari si Real yang positif. Sedangkan akar dari si Real yang negatif akan menghasilkan bilangan imajiner. Siapakah dia? Dia si Imajiner. Dia si Kompleks. Kapan-kapan Inar akan memperkenalkannya. Si Imajiner dan si Kompleks adalah sahabat Inar.



x si Peubah yang positif :)
n si Asli lebih besar dari 2

$$\sqrt[n]{x^n} = (x^n)^{1/n} = x$$

$$\sqrt[n]{x} \sqrt[n]{y} = x^{1/n} y^{1/n} = (xy)^{1/n} = \sqrt[n]{xy}$$

$$\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \frac{x^{1/n}}{y^{1/n}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{1/n} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}$$

Inilah permainan-permainan yang dibawa oleh siswiku ...

Permainan-1: Sederhanakan dan tulis jawabnya dengan menggunakan pangkat positif
 $(2x^7)(4x^3) = \dots$

"Bilangannya dioperasikan terlebih dahulu $(2)(4) = 8$ ", pikir si Real. "Dan ... peubah x pangkatnya harus ditambahkan $(x^7)(x^3) = x^{7+3}$ ". Si Real menuliskan ...

$$8x^{7+3} = 8x^{10}. \text{ Sip :)}$$

Si Irasional juga bermain dengan **permainan-2** berikut
 $a^{-1}b \cdot ab^{-1} = \dots$

Pilihan jawabannya: a.0 b.1 c.a d.ab

Si Irasional menuliskan

$$\begin{aligned} a^{-1}b \cdot ab^{-1} &= a^{-1+1} \cdot b^{1-1} \\ &= a^0 \cdot b^0 = 1 \cdot 1 = 1 \end{aligned}$$

"Jadi ... jawab benar b", kata si Irasional. "Sip :)".

Permainan-3 tak beda jauh dengan yang sebelumnya $2^{m-n} \cdot 2^{n-m} = \dots$
Pilihan jawabannya: a.2 b.4 c.1 d.m-n

"Ya pastilah", si Real menuliskan $2^{m-n} \cdot 2^{n-m} = 2^{m-n+n-m} = 2^0 = 1$. "Ahaha ... jawab benar c", si Real senang. Sip :)

Siswiku ikut bermain dalam **permainan-4**, pembagian

$$\frac{8x^{-3}y^{-1}}{6x^2y^{-4}}$$

Disederhanakannya bilangannya dan dikurangnya pangkatnya

$$\frac{4x^{-3-2}y^{-1+4}}{3}$$

Diselesaikannya hasil pengurangannya

$$\frac{4x^{-5}y^3}{3}$$

Dia bereskan pangkatnya agar positif. Jadi ... yang pangkatnya negatif di pembilang, harus dipindahkan ke penyebut

$$\frac{4y^3}{3x^5}$$

Siswiku gembira. Sip :)

Si Irasional tertarik bermain dengan **soal-5** berikut

$$\frac{x^{-1}y - xy^{-1}}{x^{-1} - y^{-1}} = \dots$$

Dia merubah menjadi bentuk berikut dan langsung menyederhanakan dengan mencoret yang sama

$$\frac{\frac{y}{x} - \frac{x}{y}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = \frac{\frac{y^2 - x^2}{xy}}{\frac{y - x}{xy}}$$

Dan ... si Irasional melanjutkan langkah berikutnya

$$= \frac{(\cancel{y-x})(y+x)}{\cancel{y-x}}$$

"Wah ... ada yang bisa dicoret lagi", kata si Irasional. Dan hasilnya adalah

$$= y + x$$

Pilihan jawabannya a.x+y b.x-y c.y-x d.1

Tentu saja si Irasional memilih jawab benar a. Sip:)

"Ah! Aku tak mau ketinggalan dalam permainan", kataku kepada mereka. Aku memilih ... pangkat yang dipangkatkan lagi.

$$\left(\frac{8x^4y^3}{27x^2y^{-3}} \right)^{1/3}$$

"Jika ada bentuk pangkat dipangkatkan lagi, maka pangatnya dikalikan", kataku. Si Real mengagukkan kepala tanda setuju. Si Irasional hanya tersenyum :). Siswiku memperhatikan dengan seksama.

$$\left(\frac{8x^{-4/3}y}{27x^{2/3}y^{-1}} \right)$$

"Pecahan mengartikan dibagi", kataku lagi."Dan pada pembagian bentuk pangkat, pangkatnya dikurangkan", sambung si Irasional. Aku tersenyum sambil memnanggukan kepala, tanda setuju.

$$\frac{8x^{-4/3-2/3}y^{1+1}}{27}$$

Selanjutnya bersama-sama menyelesaikan hasil pengurangannya

$$\frac{8x^{-6/3}y^2}{27}$$

"Bisa disederhanakan", kata siswiku seakan takut yang lain akan memngucapkan terlebih dahulu.

$$\frac{8x^{-2}y^2}{27}$$

"Ini dia hasilnya", kata mereka hampir bersamaan.

$$\frac{8y^2}{27x^2}$$

"Atau sama juga dengan dituliskan seperti berikut", sambungku mengakhiri penyelesaian soal ini.

$$\left(\frac{8y}{27x}\right)^2$$

Sip :)

Bentuk akar dikatakan sederhana jika yang dibawah tanda akar tidak bisa di akarkan lagi. Juga ... bentuk akar yang indah adalah jika di penyebutnya tidak ada bentuk akar. Ini beberapa contoh permainan membuat bentuk akar lebih sederhana

$$\begin{aligned}\sqrt{8x^6 y^4} &= \sqrt{(2)(2)(2)x^6 y^4} \\ &= 2x^3 y^2 \sqrt{2}\end{aligned}$$

"Bagaimana jika akar pangkat 3?", tanya siswiku

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{8x^6 y^4} &= \sqrt[3]{(2)(2)(2)x^6 y^4} \\ &= 2x^2 y \sqrt[3]{y}\end{aligned}$$

"Ada lagi yang harus diperhatikan pada bentuk akar", kata si Irasional."Kalau bentuk akarnya di penyebut".

$$\frac{12x^3}{\sqrt{4x}} \times \frac{\sqrt{4x}}{\sqrt{4x}} = \frac{12x^3 \sqrt{4x}}{4x}$$

Lanjut ...

$$= \frac{12x^2 \cancel{\sqrt{x}}}{2 \cancel{4x}}$$

Dan hasilnya ...

$$= 6x^2 \sqrt{x}$$

Hari telah siang. Adzan Dzuhur terdengar ... mengajak aku solat. Belajar dengan siswiku, si Real dan si Irasional aku akhiri. Hari esok bermain lagi. Tuntutlah ilmu sampai ke Negeri Cina :)

Persamaan Linear Dua Peubah

Wah ... sekarang dua peubah. Tentunya makin sayang♥ ... luv♥ ... matematika :). Si Linear 2 peubah ... ya begini lah. Yang paling sederhana $x + y + 5 = 0$. Bisa juga $2a + 3b = -4$. Atau bisa juga $\frac{1}{3}p - 6q = 0$.

Penyelesaian pada persamaan dan pertaksamaan dua peubah adalah mencari nilai si Peubah x dan y nya, atau p dan q nya, atau a dan b nya atau yang lain-lain. Tentunya yang membuat hubungan persamaan benar. Karena itu, untuk mendapatkan penyelesaian persamaan dua peubah harus ada 2 persamaan.

Sebagai awal, ada 2 cara untuk menyelesaikan persamaan linear dua peubah

1. **cara eliminasi**, yaitu menghilangkan salah satu peubah x atau y
2. **cara substitusi**, yaitu cara menggantikan salah satu peubah dari persamaan yang satu ke persamaan yang lain

Ini contoh permainan persamaan linear dua peubah dari siswa siswiku. Tentukan penyelesaian dari persamaan 2 peubah

$$\begin{aligned} x + y &= 4 \\ 2x - y &= 2 \end{aligned}$$

Mula-mula si Bulat beramai-ramai mengeliminasi x nya

$$\begin{array}{r|l}
 x + y = 4 & 2 \\
 2x - y = 2 & 1 \\
 \hline
 \text{Selisih} & 3y = 6 \\
 \hline
 \boxed{y = 2} &
 \end{array}$$

Kemudian mereka mengeliminasi y nya

$$\begin{array}{r|l}
 x + y = 4 & 1 \\
 2x - y = 2 & 1 \\
 \hline
 \text{Jumlah} & 3x = 6 \\
 \hline
 \boxed{x = 2} &
 \end{array}$$

"Dari eliminasi x, aku dapatkan y", kata si Bulat lagi. "Dan dari eliminasi y, kamu dapatkan x", sambung si Nol. "Haha :D" mereka berdua terbahak bersama. Jadi ... penyelesaiannya $x = 2$ dan $y = 2$. Atau HP = $\{(2,2)\}$

Permainan yang lain. Penyelesaian sistem persamaan linear $3x + 4y = 4$ dan $5x - 2y = 24$ adalah x dan y. Nilai $4x - y = \dots$

Pilihan jawabannya a. -12 b. -4 c. 14 d. 18

Si Cacah mengeliminasi x

$$\begin{array}{r|l}
 3x + 4y = 4 & 5 \\
 5x - 2y = 24 & 3 \\
 \hline
 \text{Dikurangi} & 26y = -56 \\
 \hline
 \boxed{y = -2} &
 \end{array}$$

Selanjutnya mereka eliminasi y

$$\begin{array}{r|l}
 3x + 4y = 4 & 2 \\
 5x - 2y = 24 & 4 \\
 \hline
 \text{Ditambah} & 26x = 104 \\
 \hline
 \boxed{x = 4} &
 \end{array}$$

"Trus ... yang ditanyakan ...", kata si Cacah sambil menuliskan

$$\begin{aligned}
4x - y &= 4(4) - 2 \\
&= 16 - 2 \\
&= 14
\end{aligned}$$

"Jawab benar c", kata si Cacah setelah selesai menulis. Sayang♥ ... luv♥ ... matematika :)

Nah ... ini dia **prmainan dari MGMP DKI Jakarta**. Asik untuk diselesaikan dengan metoda substitusi. "Ayo,ayo ... siapa yang bisa?", tanyaku. "Hoho sip :)", kata si Bulat. Himpunan penyelesaian dari

$$\begin{aligned}
2x + 5y &= 19 \dots (1) \\
3x - y &= 3 \dots (2)
\end{aligned}$$

adalah $\{(a,b)\}$. Nilai $a - 3b = \dots$

Pilihan jawabannya: a. 7 b. 4 c. -4 d. -7

Si Bulat akan mensubstitusi y dari persamaan (2) ke persamaan (1). Persamaan (2): $3x - y = 3$, maka $-y = 3 - 3x$ atau $y = 3x - 3$

Disubstitusi ke persamaan (1)

$$\begin{aligned}
2x + 5y &= 19 \\
2x + 5(3x - 3) &= 19 \\
2x + 15x - 15 &= 19 \\
17x &= 19 + 15 \\
17x &= 34 \\
x &= 2
\end{aligned}$$

Lalu , si Bulat kembali ke persamaan (2) ...

$$\begin{aligned}
y &= 3x - 3 \\
&= 3(2) - 3 \\
&= 6 - 3 \\
&= 3
\end{aligned}$$

Jadi, $\{(a,b)\} = \{(2,3)\}$. Trus ... yang ditanyakan

$$\begin{aligned}
a - 3b &= 2 - 3(3) \\
&= 2 - 9 \\
&= -7
\end{aligned}$$

"Jawab benar d", kata Bulat mengakhiri penyelesaian soalnya. Sayang ♥... luv♥ ... matematika :)

Ada lagi, **cerita tentang permainan dari UAN 2007/2008**.

Pada sebuah toko Hida dan Anis membeli terigu dan beras dengan merk yang sama. Hida membeli 6 kg terigu dan 10 kg beras seharga Rp 84.000,00. Sedangkan Anis membeli 10 kg terigu dan 5 kg beras seharga Rp 70.000,00. Harga 8 kg terigu dan 20 kg beras adalah ...

Pilihan jawabannya

a. Rp 152.000,00 b. Rp 130.000,00 c. Rp 128.000,00 d. Rp 120.000,00

"Haha ... ayo dimisalkan dulu ya", kata si Rasional. Misalkan harga 1 kg terigu = Rp x ,00 dan harga 1 kg beras = Rp y ,00. Sekarang persamaan belanjaan Hida adalah

$$6x + 10y = 84.000$$

Selanjutnya persamaan belanjaan Anis adalah

$$10x + 5y = 70.000$$

"Kemudian tentukan nilai x dan y nya", sambung si Rasional. "Eliminasi aja ah :)"

$6x + 10y = 84.000$	1	$6x + 10y = 84.000$
$10x + 5y = 70.000$	2	$20x + 10y = 140.000$
Dikurang		$-14x = -56.000$
x = 4.000		

$6x + 10y = 84.000$	5	$30x + 50y = 420.000$
$10x + 5y = 70.000$	3	$30x + 15y = 210.000$
Dikurang		$35y = 210.000$
y = 6.000		

Jadi ... harga 1 kg terigu Rp 4.000,00 dan harga 1 kg beras Rp 6.000,00
Dan ... harga 8 kg terigu dan 20 kg beras adalah

$$\begin{aligned} &= 8 \times 4.000 + 20 \times 6.000 \\ &= 32.000 + 120.000 \\ &= \text{Rp } 152.000,00 \end{aligned}$$

"Jawab benar a", si Rasional senang bisa menemukan jawabannya. Sayang♥ ... luv♥ ... matematika :)

Permainan yang ini akan dikerjakan oleh si Real dengan gabungan metoda eliminasi dan substitusi. **Permainan UAN 2007/2008.**

Jika x dan y memenuhi sistem persamaan $3x - y = 16$ dan $x + y = a$, maka $x + 2y$ adalah ...

Pilihan jawabannya: a. 14 b. 17 c. 19 d. 22

Si Real menuliskan sistem persamaannya

$$3x - y = 16 \dots (1)$$

$$x + y = 12 \dots (2)$$

Si Real menggunakan cara eliminasi terlebih dahulu

$$\begin{array}{r} 3x - y = 16 \\ x + y = 12 + \\ \hline 4x = 28 \end{array} \begin{array}{l} \text{TETAP} \\ \text{Ditambah} \end{array}$$
$$\boxed{x = 7}$$

Si Real mensubstitusikan hasilnya ke persamaan (2): $x + y = 12$

$$\begin{aligned} 7 + y &= 12 \\ y &= 12 - 7 = 5 \end{aligned}$$

Dan ... yang ditanyakan

$$\begin{aligned} x + 2y &= 7 + 2(5) \\ &= 7 + 10 \\ &= 17 \end{aligned}$$

"Jawab benar b", kata si Real. Sayang♥ ... luv♥ ... matematika :)

Ada sebuah permainan lagi. Si Irasional mengambil dari permainan yang dibuat oleh MGMP DKI Jakarta. **Uji Coba Kompetensi Siswa Ujian Nasional.**

Di tempat parkir sebuah pertokoan terdapat 150 kendaraan yang terdiri dari mobil dan sepeda motor. Banyak roda kendaraan seluruhnya 420 buah. Jika tarif parkir untuk 1 mobil Rp 4.000,00 dan 1 sepeda motor Rp 1.500,00. Maka pendapatan parkir saat itu adalah ...

Pilihan jawabannya

a. Rp 300.000,00 b. Rp 375.000,00 c. Rp 425.000,00 d. Rp 450.000,00

"Misalkan ada x mobil dan ada y sepeda motor", kata si Irasional "Terdapat 150 kendaraan", sambung si Irasional. Jadi persamaannya ...

$$x + y = 150 \dots (1)$$

"Wah ... jumlah roda ada 420", kata si Irasional lagi. "Sebuah mobil punya 4 roda, jumlah roda mobil $4x$ ", dan si Irasional melanjutkan lagi. "Sebuah sepeda motor punya 2 roda, jumlah sepeda motor mobil $2y$ ". Jadi persamaannya ...

$$4x + 2y = 420 \dots (2)$$

Si Irasional menyelesaikan dengan eliminasi terlebih dahulu

$x + y = 150$	2	$2x + 2y = 300$
$4x + 2y = 420$	1	$4x + 2y = 420$
Dikurang		$-2x = -120$
$x = 60$		

Lalu si Irasional mensubstitusi ke persamaan (1): $x + y = 150$

$$60 + y = 150$$

$$y = 150 - 60$$

$$y = 90$$

Jadi, ada 60 mobil. Pendapatan uang parkir mobil = $60 \times 4000 = \text{Rp } 240.000,00$
 Dan, ada 90 sepeda motor. Pendapatan uang parkir sepeda motor = $90 \times 1500 = \text{Rp } 135.000,00$.
 Total pendapatan uang parkir saat itu $240.000 + 135.000 = \text{Rp } 375.000,00$.

Si Irasional mengakhiri penyelesaian permainan diatas. Sayang♥ ... luv♥ ... matematika :). Hari udah malam. Aku dan sahabat-sahabat matematika mengakhiri belajar dan bermain dalam soal-soal matematika. Semoga bermanfaat buat semua yang sayang♥ ... luv♥ ... matematika :). Sayang kamu Mini, semoga jadi dokter yang baik :) Sayang kamu Inar, semoga jadi matematikawan yang baik :)

Ayo Semangat ♥

Hari sangat sejuk. Aku bersemangat untuk sarapan bacang. Aku tunggu mas Bacang lewat. Aku memang gemar sarapan bacang. Di temani sahabat-sahabat ku si Real, si Irasional, si Rasional, si Bulat, si Negatif, si Cacah, si Asli dan si Nol. Abis sarapan, kami semua semangat akan menuliskan latihan soal. Si Real mulai dengan persamaan kuadrat satu peubah. Ayo mencari penyelesaian persamaan kuadrat satu peubah ...

$$2x^2 = 4x$$



$$9y^2 - 25 = 0$$



$$(a - 5)^2 = 7$$

$$p^2 = 1 - 3p$$

$$2u^2 - 20u - 6 = 0$$

Ada persamaan ... ada pertaksamaan kuadrat satu peubah. Si Irasional melanjutkan dengan pertaksamaan kuadrat satu peubah. Ayo mencari penyelesaian pertaksamaan kuadrat satu peubah ...





$$\begin{aligned}
 x^2 - 3x &> 0 \\
 x^2 - x - 12 &\geq 0 \\
 x^2 + x &< 12 \\
 2x^2 + x - 6 &\leq 0 \\
 2x^2 + x &> 1
 \end{aligned}$$



Kembali lagi ke persamaan linear. "Persamaan linear dua peubah :). Penyelesaian persamaan linear dua peubah dapat dicari jika ada 2 persamaan linear dua peubah. Selanjutnya ... penyelesaian persamaan linear tiga peubah dapat dicari jika ada 3 persamaan tiga peubah. Dan ... dinamakan sistem persamaan linear", si Real menjelaskan. Ayo mencari penyelesaian sistem persamaan linear ...

$$\begin{aligned}
 x + y &= 5 \text{ dan } x - y = 1 \\
 y &= 2x - 3 \text{ dan } x + 2y = 14 \\
 2x - 3y &= -8 \text{ dan } 5x + 3y = 1 \\
 9x - 3y - 24 &= 0 \text{ dan } 11x + 2y - 1 = 0 \\
 7x + 12y + 1 &= 0 \text{ dan } 5x - 3y - 7 = 0
 \end{aligned}$$

"Ayo semangat ... cari penyelesaian sistem persamaan linear 2 peubah", si Rasional tak mau ketinggalan

$$\begin{aligned}
 3(x - 2) + \frac{y + 5}{2} &= 2 \\
 \frac{x + y}{2} + 3x &= 7
 \end{aligned}$$


Ayo-ayo semangat ... si Negatif belanja di Pasar Baru. Harga 6 kaos dan 4 celana adalah Rp 480.000,00. Sedangkan harga 3 kaos dan 6 celana yang sama adalah Rp 480.000,00 juga. Ayo tolonglah si Negatif menghitung harga 2 kaos dan 5 celana yang sama ... :)

Si Irasional juga semangat dengan permainannya. Harga 3 buku dan 2 pensil Rp

6.900,00. Sedangkan harga 4 buku dan 5 pensil Rp 8.700,00. Jika si Bulat membeli 4 buku dan 5 pensil, maka ia harus membayar sebesar ...

Aku ingin membuat usaha *garmen*. Aku mulai dengan membuat 2 jenis kaos keren. Model A pake kata-kata lucu di sablon. Model B pake lukisan. Aku dibantu 2 pekerja si Asli untuk menggunting bahan. Si Nol menyelesaikan hingga menjadi kaos keren. Si Asli memerlukan waktu untuk menggunting 1 kaos model A: 0,4 jam dan model B: 0,4 jam. Si Nol memerlukan waktu untuk menyelesaikan model A: 0,3 jam, model B: 0,5 jam. Jika dalam 1 minggu aku dapat mempekerjakan si Asli 48 jam, si Nol 40 jam. Berapa banyak kaos model A dan B yang dapat kuhasilkan dalam 1 minggu?

