

Si Asli

Pagi sangat indah dan sejuk. Aku membuka jendela-jendela rumahku. Matahari mengirimkan sinar paginya yang masih lembut melalui celah pohon yang rindang di halaman depan rumahku. Burung ketilangpun menyerukan kicaunya. Mengajakku untuk senantiasa semangat menghadapi hari-hari yang indah. Aku teringat anak-anakku yang kini sedang kuliah di Bandung. Dulu ... saat mereka masih tinggal di rumah ini di Jakarta, hampir setiap pagi selalu mendengarkan lagu ...

Satu-satu aku sayang ibu
Dua-dua aku sayang bapak
Tiga-tiga sayang adik kakak
Satu dua tiga sayang semuanya

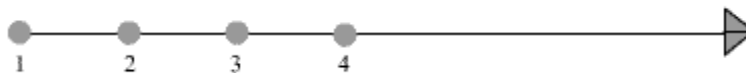
Mereka pasti juga sedang membuka jendela kamarnya dan mendengarkan lagu yang sama. Judul lagu diatas adalah Sayang Semuanya diciptakan oleh ibu Kasur. Nama asli bu Kasur adalah Sandiyah Soerjono. Selain mengajak kita sayang ... luv ... ibu, bapak, kakak dan adik, lagu ini juga mengajak kita belajar menghitung.
Sayang♥ ... luv♥ ... bilangan :)

Satu, dua, dan tiga adalah nama bilangan. Yang dilambangkan dengan 1, 2 dan 3. Bilangan-bilangan ini adalah bilangan awal untuk menghitung. Bilangan bulat positif. Disebut juga bilangan Asli, si Asli. Dimulai dari satu, dua tiga. Dilanjutkan empat, lima, enam, tujuh, delapan, sembilan. Yang dilambangkan dengan 1, 2, 3. Dilanjutkan 4, 5, 6, 7, 8, 9. Dan ... masih banyak si Asli yang lain. Mereka tinggal di kampung Asli. Wah ... asik bermain di kampung Asli. Si Asli sahabatku, sahabat anak-anakku, sahabat siswa-siswi dan sahabat semua orang. Dan si Asli pun senang bersahabat dengan semua orang.

Adat istiadat di kampung Asli adalah adanya urutan Si Asli 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dimulai dari terkecil, makin ke kanan makin besar. Semua orang mengenal si Asli dengan serius di sekolah. Setelah mengenal di sekolah, si Asli tetap menjadi sahabat semua orang. Sahabat sejati sampai kapanpun.. Lebih kecil dilambangkan dengan <. Lebih besar dilambangkan dengan >. Si Asli memenuhi ...

$$1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < 7 < 8 < 9 \text{ atau} \\ 9 > 8 > 7 > 6 > 5 > 4 > 3 > 2 > 1$$

Bentuk kampung si Asli merupakan sebuah garis. Yang dikenal dengan garis bilangan Asli



Pada garis bilangan asli, kita lihat makin ke kanan bilangan asli itu makin besar, atau sebaliknya makin ke kiri makin kecil. Jarak si Asli 1 ke si Asli 2 sama dengan jarak si Asli 2 ke si Asli 3. Dan seterusnya, jarak 2 si Asli yang berurutan selalu sama. Si Asli yang terkecil adalah 1, namanya satu



"Ini aku. Aku juga dikenal sebagai bilangan bulat positif. Tanda positif, +, ada di hidungku", kata si Asli. Semua orang yang bersahabat dengan si Asli, akan sangat senang bermain dengan si Asli. Selain adat istiadat urutan, di kampung Asli mempunyai kegiatan rutin. Dalam bentuk operasi-operasi dasar.

Ada 4 operasi dasar pada si Asli, di kampung si Asli

Operasi tambah, dilambangkan dengan +

Operasi kali, dilambangkan dengan \times

Operasi kurang, dilambangkan dengan -

Operasi bagi, dilambangkan dengan \div

Operasi dasar pada si Asli adalah operasi hitung yang bisa dilakukan oleh hampir semua orang. Banyak cara untuk mempelajari operasi dasar tersebut. Dimulai dengan menyanyikan lagu Sayang Semuanya, menghitung jari, menghitung bersusun kebawah atau (*dikotret*) ... sampai sempoa, alat hitung yang ditemukan pertama di daratan Cina.

Setiap si Asli + si Asli adalah si Asli. Dan Si Asli \times si Asli adalah si Asli. Sifat seperti ini dinamakan **si Asli tertutup terhadap operasi + dan \times** . Sedangkan, ada si Asli - si Asli bukan si Asli. Misalnya, Mini mempunyai 5 buah jeruk, si Asli 5. Diminta oleh Inar 5 buah jeruk juga, si Asli 5. Dilambangkan dengan $5 - 5$. Dan ... Mini tidak mempunyai jeruk lagi, nilainya 0, namanya Nol, si Nol. Jadi $5 - 5 = 0$. Bukan si Asli. Ada juga, si Asli lebih kecil di kurang si Asli lebih besar, $5 - 9$. Misalnya hari ini si Asli 5 harus membayar si Asli 9. Ya ... masih utang 4. Utang adalah sifat negatif, jadi utang 4 adalah bilangan negatif, namanya negatif 4, yang dilambangkan -4 (baca min- 4 atau minus 4). Bukan si Asli. Dan -4 dikatakan lawan dari 4. Sifat seperti ini menunjukkan **Si Asli tidak tertutup terhadap operasi -**. Juga, ada si Asli \div si Asli bukan si Asli, $1 \div 5$. Anggap 1 bagian dibagi menjadi 5 bagian. Hasilnya masing-masing $\frac{1}{5}$ (baca: se per lima) bagian. Maka $\frac{1}{5}$ adalah pecahan. Bukan si Asli. Dan $\frac{1}{5}$ adalah kebalikan dari 5. Sifat ini menunjukkan **Si Asli tidak tertutup terhadap operasi \div**

Di Kampung Asli, kegiatan operasi-operasi yang tertutup pada si Asli, yaitu operasi + dan \times , memenuhi sifat-sifat, yaitu

- **Komutatif, bisa dibolak-balik.** Misalkan a dan b, keduanya si Asli, maka $a + b = b + a$ atau $a \times b = b \times a$.
- **Asosiatif, yang manapun akan didahulukan ... boleh-boleh saja.** Misalkan a, b dan c, semuanya si Asli, maka berlaku $(a + b) + c = a + (b + c)$ atau $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.

Sedangkan ... operasi tambah bergabung operasi kali, pada si Asli, memenuhi sifat **Distributif, harus dilalukan penyebaran**. Misalkan a, b dan c, semuanya si Asli, maka berlaku

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c \text{ atau}$$

$$(a + b) \times c = a \times c + b \times c$$

Sifat distributif ini menyebabkan pada perhitungan dengan berbagai operasi, jika ada tanda kurung, yang di dalam tanda kurung harus dioperasikan terlebih dahulu. Tetapi, jika tidak ada tanda kurung operasi \times atau \div harus dikerjakan terlebih dahulu dari operasi $+$ atau $-$.

Permainan dengan si Asli adalah mengurutkan, melakukan operasi-operasi dan mengetahui sifat-sifat yang berlaku operasi. Mengisi dengan tanda $<$, $=$ atau $>$ agar pernyataan berikut benar adalah salah satu bentuk permainan pada si Asli

- a) $2 + 5 \dots 9 - 2$
- b) $4 \times 2 \dots 3 + 6$
- c) $4 + 4 \dots 6 \div 2$

Operasi $+$ pada Si Asli 2 dan si Asli 5 adalah $2 + 5 = 7$. Dan operasi $-$ pada si Asli 9 dengan si Asli 2 adalah $9 - 2 = 7$. Selanjutnya operasi \times pada si Asli 4 dan si Asli 2 adalah $4 \times 2 = 8$. Dan operasi $+$ pada si Asli 3 dan si Asli 6 adalah $3 + 6 = 9$. Terakhir operasi $+$ pada si Asli 4 dan si Asli 4 adalah $4 + 4 = 8$. Dan operasi \div pada si Asli 6 dengan si Asli 2 adalah $6 \div 2 = 3$. Jadi isian untuk permainan pada si Asli diatas adalah ...

- a) $2 + 5 = 9 - 2$
- b) $4 \times 2 < 3 + 6$
- c) $4 + 4 > 6 \div 2$

Satu-satu, aku sayang ibu. Si Asli yang dilambangkan dengan 1 ini memiliki sifat, setiap bilangan dikali satu tetap bilangan itu. Satu dikali bilangan tetap bilangan itu **Si Asli 1 adalah unsur identitas terhadap operasi \times** . Adakah unsur identitas terhadap operasi $+$ pada si Asli?

“Setiap bilangan asli, si Asli ditambah dengan nol, si Nol, hasilnya tetap”, kata si Asli. “Si Nol bukan si Asli, bukan warga kampung Asli”.

Si Nol. Ada tanda 0 di hidungnya. Karena si Nol hadir dari pengurangan si Asli yang sama, maka si Nol tidak ada nilainya. Maka sebarang si Asli ditambah si Nol, hasilnya si Asli itu sendiri. Si Nol ditambah suatu sebarang si Asli, hasilnya juga si Asli itu. **Si Nol merupakan unsur identitas terhadap operasi $+$**



Operasi \times pada si Asli, merupakan operasi $+$ yang berulang-ulang. Misalkan 3×2 , kata si Asli. "Artinya adalah $2 + 2 + 2$ ". "Jadi 0×5 adalah $0 + 0 + 0 + 0 + 0$ ", sela si Nol. "Hasilnya 0". "Dan operasi \times bersifat komitatif", lanjut si Asli. "Ya", jawab si Nol. "Jadi $0 \times 5 = 0$ ". "Haha :D", keduanya tertawa bersamaan. Dan si Asli dan si Nol melakukan tos, tanda persahabatan yang erat diantara mereka berdua.

**Si Nol \times si Asli hasilnya adalah si Nol
si Asli \times si Nol hasilnya adalah si Nol**

Si Nol yang tak ada nilainya, merupakan sesuatu yang ... keciiiiil sekali. Maka si Asli dibagi sesuatu yang keciiiiil sekali, hasilnya akan sangat banyaaak sekali. Tak terhingga, yang dilambangkan dengan ∞ . Dan ... si Nol yang tak ada nilainya dibagi berapapun ya tetap tak ada nilainya ... si Nol.

**Bilangan \div si Nol hasilnya adalah tak terhingga, ∞
Si Nol \div bilangan hasilnya adalah si Nol, 0**

Operasi bagi juga dapat dilihat sebagai kebalikan operasi kali Misalkan $3 \times 2 = 6$, maka $6 \div 2 = 3$. Telah diketahui tadi sifat perkalian terhadap si Nol $6 \times 0 = 0$ dan juga $7 \times 0 = 0$ jadi ... $0 \div 0 = 6$ atau bisa juga $0 \div 0 = 7$. Wah ... ada 2 jawaban untuk $0 \div 0$:(

Si Nol \div si Nol hasilnya tak tentu, tak terdefinisi

Pangkat adalah operasi kali yang berulang-ulang. Sebagai contoh $2 \times 2 \times 2$ dikatakan 2 pangkat 3, dilambangkan 2^3 . Jadi $2^3 = 8$. Pada suatu hari, aku sedang *chatting* dengan seorang siswa SD. Aku ingin tahu apakah dia mengetahui berapakah 2 pangkat 0. Dia menuliskan jawabannya "0, si Nol". "Wah ... salah", kata si Nol. **"Semua bilangan pangkat 0 adalah 1"**.

Hubungan si Nol dan si Asli membuat Si Asli bukan hanya bilangan 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ada bilangan yang dilambangkan dengan 10, namanya sepuluh. Dilanjutkan dengan 11, 12, 13 ... , namanya sebelas, dua belas, tiga belas ..., yang juga merupakan bilangan Asli, si Asli.

Si Nol. Walaupun tak ada nilainya, kehadirannya mempunyai peran yang sangat besar bagi si Asli. Si Nol merupakan pembentuk bilangan Asli, si Asli yang tak terhingga banyaknya. Bilangan-bilangan yang terdiri dari Si Asli 1 dan Si Nol, yang dilambangkan dengan 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000 ... dan seterusnya. Namanya adalah sepuluh, seratus, seribu, sepuluh ribu, seratus ribu, sejuta ... dan seterusnya. Bilangan pangkat dari 10 menjadi nilai tempat dari suatu bilangan, yang dinamakan

$10^0 = 1$, namanya satuan
 $10^1 = 10$, namanya puluhan
 $10^2 = 100$, namanya ratusan
 dalam hal pangkat 2 disebut juga kuadrat
 $10^3 = 1000$, namanya ribuan
 $10^4 = 10000$, namanya puluh ribuan
 $10^5 = 100000$, namanya ratus ribuan
 $10^6 = 1000000$, namanya jutaan

 dan seterusnya

Selanjutnya ... 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dinamakan angka. Si Asli merupakan kombinasi angka-angka yang nilainya tergantung pada nilai tempatnya masing-masing.

5604892
 dimulai dari bilangan paling kanan ...
 2 nilai tempatnya satuan
 nilai tempatnya 2×1
 9 nilai tempatnya puluhan
 nilainya $90 \times 10 = 90$
 8 nilai tempatnya ratusan
 nilainya $8 \times 100 = 800$
 4 nilai tempatnya ribuan
 nilainya $4 \times 1000 = 4000$
 0 nilai tempatnya puluh ribuan
 nilainya $0 \times 10000 = 0$, Si Nol :)
 6 nilai tempatnya ratus ribuan
 nilainya $6 \times 100000 = 600000$
 5 nilai tempatnya jutaan
 nilainya $5 \times 1000000 = 5000000$

Jadi, nilai dari

$$2 + 90 + 800 + 4000 + 0 + 600000 + 5000000 = 5604892$$

namanya lima juta enam ratus empat ribu delapan ratus sembilan puluh dua
 Kombinasi angka 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dapat membentuk tak terhingga banyaknya si Asli.. Himpunan bilangan Asli, si Asli, warga kampung Asli dituliskan dengan
 $\{1, 2, 3, \dots\}$

Ada tak terhingga banyaknya si Asli. Apa yang di maksudkan dengan tak terhingga?
 Misalkan n adalah bilangan asli, si Asli terbesar. Ada $n + 1$ juga bilangan asli, si Asli.
 Jadi bilangan asli, si Asli terbesar adalah tak terhingga. Yang dilambangkan dengan ∞ .

Si Asli juga senang mengajak Mini dalam permainan tebak-tebakan. **Aku adalah bilangan Asli. Bila aku ditambah dengan 12 dan hasilnya dikalikan dengan 30, maka hasilnya adalah 450. Siapakah aku?.** Tentu saja, Mini harus memisalkan terlebih dahulu, bahwa **aku** adalah si Asli ♥

$$(\heartsuit + 12) \times 30 = 450$$

"Si Asli yang dikalikan 30 menjadi 450 adalah 15", kata Mini. "Jadi, $(\heartsuit + 12)$ adalah 15", lanjut Mini. Nah ... siapakah si Asli \heartsuit itu? Siapakah si Asli yang ditambah 12 adalah 15? "Dia, si Asli \heartsuit adalah 3".

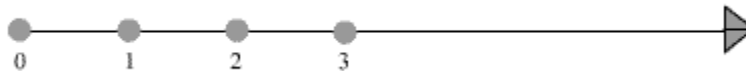
Si Cacah



Kehadiran si Nol membuat kampung Asli semakin banyak warganya. Ada tak terhingga banyaknya si Asli. Tapi si Nol bukan warga kampung Asli. Pentingnya peran si Nol, membuat kampung Asli diperluas menjadi kampung Cacah, kumpulan bilangan cacah, si Cacah. Ada tak terhingga banyaknya si Cacah

$$\{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Kampung Cacah mencakup kampung Asli. Bentuk kampung Cacah juga merupakan garis bilangan. Yaitu Garis Bilangan Cacah



Pada garis bilangan dapat dilihat makin ke kanan bilangan cacah itu makin besar, atau sebaliknya makin ke kiri makin kecil. Bilangan cacah terkecil adalah 0, si Nol. Bilangan cacah terbesar dikatakan tak terhingga. Sehingga urutannya menjadi

$$0 < 1 < 2 < 3 < \dots \text{ atau } \dots > 3 > 2 > 1 > 0$$

Seperti pada kampung Asli, di kampung Cacah ada 4 kegiatan operasi-operasi dasar juga dengan sifat-sifatnya

Si Cacah tertutup terhadap operasi + dan \times , bersifat komutatif, asosiatif.

Si Cacah tidak tertutup terhadap operasi -.

Si Cacah tidak tertutup terhadap operasi \div .

Operasi + bergabung dengan operasi \times pada si Cacah juga bersifat distributif.

Di kampung Asli, ada **1 unsur identitas terhadap operasi \times** . Di kampung Cacah semakin lengkap, ada **0 yang merupakan unsur identitas terhadap operasi +.**

2	a	4
b	5	c
d	e	f

Perhatikan bujur sangkar ajaib ini. Nilai a, b, c, d, e, f yang benar adalah ...

Bujur sangkar ajaib adalah susunan bilangan yang terdiri dari sejumlah baris dan sejumlah kolom, yang sama. Membentuk bujur sangkar. Pada soal ini terdiri dari 3 baris dan 3 kolom. Dikatakan bujur sangkar ajaib 3×3 . Keajaibannya adalah jumlah bilangan-bilangan pada setiap baris, setiap kolom atau diagonalnya adalah sama. Bujur sangkar ajaib dipelajari pertama kalinya di Negeri Cina. Lebih dari 4000 tahun yang lalu

Semua warga kampung Asli sudah tahu rahasia sebuah bujur sangkar ajaib. Jika ukuran bujur sangkarnya $n \times n$, maka bilangan-bilangannya adalah $1, 2, 3, \dots, n^2$. Dan jumlah setiap baris, kolom dan diagonalnya haruslah $\frac{1}{2}n(n^2 + 1)$. "Oh ... oh ... jadi kalau ukuran bujur sangkarnya 3×3 , maka bilangan-bilangannya adalah $1, 2, 3, \dots, 9$ " kata si Nol. "Dan jumlahnya $\frac{1}{2}(3)(9 + 1) = 15$ ". "Jadi berapa nilai a, b, c, d, e, dan f pada soal tadi?" lanjutnya

Si Asli 2 dan 4 mengernyitkan kening. "Baris $2 + a + 4 = 15$, maka **a = 9**", katanya. "Aku pilih kolom $a + 5 + e = 15$... $9 + 5 + e = 15$, maka **e = 1**", kata si Asli 9. "Sekarang diagonal $2 + 5 + f = 15$, maka **f = 8**", kata si Asli 5. "Selanjutnya kolom $4 + c + f = 15$, tadi $f = 8$, maka $4 + c + 8 = 15$, Jadi **c = 3**, si Asli 8 melanjutkan. "Lanjut lagi baris $b + 5 + c = 15$, dan tadi $c = 3$, maka $b + 5 + 3 = 15$. Jadi **b = 7**, si Nol tak mau kalah. "Terakhir baris $d + e + f = 15$..., tadi $e = 1$ dan $f = 8$, maka $d + 1 + 8 = 15$. Jadi **d = 6**, kata si Asli 15 mengakhiri perhitungan. " jadi ... jawaban benar dari a, b, c, d, e dan f berturut-turut adalah 9, 7, 3, 6, 1, dan 8" kata si Cacah bersama-sama.

2	9	4	15
7	5	3	15
6	1	8	15
15	15	15	15

Sejak kampung Asli diperluas menjadi kampung Cacah, mereka semakin semangat dalam bermain Selain operasi dasar $+, -, \times$ dan $:$, si Cacah bisa juga membangun operasi-operasi lain dengan definisi baru. Misalkan a dan b keduanya si Cacah. Si Cacah mendefinisikan operasi baru yang dilambangkan dengan #

$$a \# b = a + b^2$$

Maka untuk si Cacah 5 dan 3 berlaku

$$5 \# 3 = 5 + 3^2 = 5 + 9 = 14. \text{ Dan } 3 \# 5 = 3 + 5^2 = 3 + 25 = 28.$$

"Jadi ... operasi # tidak komutatif pada si Cacah", kata si Cacah 5 dan 3. Untuk si Cacah 2, 5, dan 3 berlaku

$$(2 \# 5) \# 3 = (2 + 5^2) \# 3 = (2 + 25) \# 3 = 27 \# 3 = 27 + 3^2 = 27 + 9 = 36.$$

$$\text{Dan } 2 \# (5 \# 3) = 2 \# (5 + 3^2) = 2 \# (25 + 9) = 2 \# 34 = 2 + 34^2 = 2 + 1156 = 1158$$

"Operasi # juga tidak asosiatif terhadap si Cacah", kata si Cacah 2, 3 dan 5.

Sekarang giliran Mini dan Inar memberikan permainan kepada si Cacah. Mini pergi berenang 8 hari sekali dan Inar pergi berenang 12 hari sekali. Jika mereka pergi berenang bersama pada tanggal 2 Februari 2009, maka mereka akan pergi berenang bersama lagi pada tanggal ... "Dihitungnya pake KPK", kata si Cacah bersamaan. "Iya ... iya ... ", kata Mini. "Tapi bisa juga dihitung satu persatu begini", kata Inar

Mini berenang 8 hari sekali dituliskan dengan warna merah.

Inar berenang 12 hari sekali dituliskan dengan warna biru



Tampak diatas Mini dengan warna merah, $3 \times 8 = 24$. Dan Inar dengan warna biru $2 \times 12 = 24$. Mereka akan berenang bersama-sama lagi 24 hari kemudian.. Jadi ... Mini dan Inar berenang bersama-sama lagi pada tanggal $2 \text{ Februari} + 24 = 26 \text{ Februari } 2009$.

"Sekarang hitunglah $(1 \times 273) + (2 \times 273) + (3 \times 273) + (4 \times 273) + (5 \times 273) = \dots$ ", kata si Asli 273 kepada si Nol. "Ya ... hitung aja kalikan aja satu persatu $273 + 576 + \dots$ dan seterusnya", jawab si Nol. "Entar ya aku perlu kertas untuk *ngotret* atau ambil kalkulator", sambung si Nol. "Ah ... cara itu terlalu panjang", kata si Asli 1, 2, 3, 4, dan 5. "Pake dong sifat distributif untuk operasi + bergabung dengan operasi \times ...

$$(1 \times 273) + (2 \times 273) + (3 \times 273) + (4 \times 273) + (5 \times 273) = (1 + 2 + 3 + 4 + 5)(273) \\ = (15)(273)$$

Sekembalinya si Nol dari mengambil kertas dan pensil, ternyata si Asli 1, 2, 3, 4, 5 telah menghitung menggunakan hukum distribusi untuk operasi + bergabung dengan operasi \times . Dan tinggal menghitung dengan *kotretan*

$$15 \times 273 = 4095$$

Cara ini memang lebih singkat. Si Nol menggeleng-geleng kepala. "Iya ... lebih cepat", katanya lirih.

Suatu hari warga kampung Cacah melihat soal salah satu siswa yang belajar matematika bersama aku. Mereka sangat senang, inilah permainan mereka sehari-hari. **Ada 2 bilangan cacah. Jumlah kedua blangan cacah tersebut adalah 4.025, sedangkan selisih kedua bilangan cacah tersebut adalah 2.275. Bilangan-bilangan tersebut adalah ...**

Sayang ♥ ... luv ♥ ... matematika :)

Pilihan jawabannya:

- a.3.000 dan 1.025**
- b.3.150 dan 875**
- c.2.250 dan 1.775**
- d.500 dan 3.525**

Si Asli memisalkan bilangan cacah I adalah ♣. Sedangkan selisih kedua bilangan cacah tersebut adalah 2.275, maka bilangan cacah II adalah ♣ + 2.275. Jumlah kedua bilangan tersebut adalah ♣ + ♣ + 2.275 = 4.025. Maka $2♣ + 2.275 = 4.025$. Jadi $2♣ = 4.025 - 2.275 = 1.750$. Jika $2♣ = 1.750$, maka $♣ = 1.750 \div 2 = 875$. Nah si Asli menemukan

$$\begin{aligned} \text{bilangan cacah I} &= 875 \\ \text{bilangan cacah II} &= 875 + 2.275 = 3.150 \end{aligned}$$

“Sip :) jawab benar adalah b”, kata si Asli 875 dan 3150 serempak.

“Apakah bilangan-bilangan hanya bilangan Cacah?”, tanya Inar kepada Mini. “Tentu saja ... tidak”, jawab Mini. “Masih ada yang lain, itu hasil operasi bilangan asli lebih kecil dikurangi bilangan asli lebih besar”. “Oh ... iya si Negatif ya?”, tanya Inar untuk meyakinkan. “Iya ... dan masih ada lagi yang lain”, kataku. “Siapa saja mereka? Sebelum berkenalan lebih lanjut, inilah gambaran dan hubungan mereka”.



Si Bulat

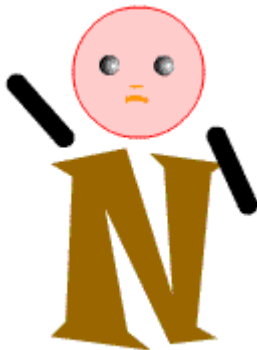
Semalaman rintik hujan tiada berhenti. Aku dirumah saja. Enak ... sejuk. Kampung Cacah dilanda banjir. Si Cacah hanya mempunyai uang Rp 25.000,00. Malam ini dia harus

melunasi pembayaran iuran keamban kampung sebesar Rp 40.000,00. Si Cacah tidak bisa mengambil uang di ATM yang terletak di sudut kampung Cacah.

Rp 25.000,00 – Rp 40.000,00

Operasi – pada bilangan cacah atau bilangan , yang lebih kecil dikurangi yang lebih besar. Utang Rp 15.000,00. Atau dinamakan bilangan negatif, si Negatif 15000. Dilambangkan dengan -15000 (baca: min atau minus 15000).

Si Negatif -15000 adalah lawan dari 15000, begitu juga 15000 adalah lawan dari -15000. Setiap bilangan asli, si Asli mempunyai lawan si Negatifnya. Jadi ... banyak bilangan negatif, si Negatif juga tak terhingga, yang dilambangkan dengan ∞ .



Si Negatif. Ada tanda - (min) di hidungnya. Bilangan negatif, si Negatif, merupakan lawan dari si Asli. Untuk setiap bilangan positif, Si Asli, pasti ada lawannya yang negatif . Untuk setiap negatif pasti ada lawannya si Asli, yang positif. Hubungan si Asli dengan lawannya, si Negatif memenuhi sifat

si Asli + lawannya, si Negatif = si Nol
si Negatif + lawannya, si Asli = si Nol

Ada tak terhingga banyaknya si Negatif ini mempunyai kampung sendiri. Dinamakan Kampung Negatif. Karena kampung-kampung bilangan ini sudah banyak. Ada 3 kampung, Yaitu Kampung Asli, Kampung Cacah yang mencakup Kampung Asli dan Kampung Negatif. Demi keamanan kampung, mereka menyelenggarakan pemilihan kepala kampung. Kampung Asli dikepalai oleh si Asli terbesar, yaitu si $+\infty$. Kampung Cacah yang merupakan perluasan kampung Asli karena hadirnya si Nol, dikepalai oleh si Nol, yang dilambangkan dengan 0. Kampung Negatif dikepalai oleh si $-\infty$.

Ketiga kampung diatas bergabung membentuk kumpulan bilangan bulat, Kampung Bulat. Dan warganya dinamakan si Bulat. Si Bulat. Ada tanda -, 0 dan + dihidungnya.

{ ... , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ... }

... < -3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3 < ...

Si Bulat terkecil adalah - ∞

Si Bulat terbesar adalah + ∞



Kampung si Bulat berbentuk



makin ke kiri makin kecil, makin ke kanan makin besar.

Kegiatan operasi dasar di Kampung Bulat mempunyai kelebihan dari Kampung Asli dan Kampung Cacah. Si Bulat tertutup terhadap operasi +, × atau - . Bersifat komutatif, asosiatif terhadap operasi + dan ×, tetapi tidak komutatif dan asosiatif terhadap operasi -

Ada 1, unsur identitas untuk operasi ×. Ada 0, unsur identitas untuk operasi +. Ada lawan untuk setiap si Bulat, sedemikian sehingga

Si Bulat + lawannya = si Nol.

Si Bulat tidak tertutup terhadap operasi ÷. Tentu saja tidak komutatif dan asosiatif terhadap operasi ÷. Seperti pada si Cacah, operasi × bergabung dengan + akan berlaku hukum distributif.

Dalam kehidupan sehari-hari sesuatu yang positif sering tidak terlalu diperhatikan. Aman-aman aja. Si Asli 1305 yang positif boleh ditulis tanpa tanda + di depannya 1305, boleh ditulis juga sebagai 1305. Dia positif, iya banget.

Sedangkan sesuatu yang negatif, walaupun hanya sedikit perlu diperhatikan. Seperti pepatah **karena nila setitik rusak susu se belanga**. Karena kenegatifan sedikit saja ... rusak semua-semua. Karena itu si Negatif harus ditulis dengan tanda – di depannya. Tidak boleh lupa. Si Negatif -1300 **tidak boleh** hanya ditulis 1300. Dia si Negatif, ga banget.

Kegiatan operasi dasar dengan kehadiran si Negatif mempunyai sifat-sifat khusus yang perlu diperhatikan

Operasi tambah dan kurang pada bilangan bulat:

Operasi tambah dilambangkan dengan +, iya banget ... :), bilangan berikutnya tandanya tetap. Sedangkan operasi kurang dilambangkan dengan -, ga banget ... :(Bilangan berikutnya tandanya berubah menjadi lawannya.

Operasi kali pada si Bulat:

Si Asli × si Asli, si Negatif × si Negatif, sama tanda, hasilnya positif, iya banget :)

Si Asli × si Negatif, si Negatif × si Asli, beda tanda, hasilnya negatif, ga banget :(

Operasi bagi pada si Bulat, seperti operasi × :

Si Asli ÷ si Asli, si Negatif ÷ si Negatif, sama tandanya hasilnya positif, iya banget :).

Si Asli ÷ si Negatif, si Negatif ÷ si Asli, beda tandanya, hasilnya negatif, ga banget :(

Si Bulat 6 memulai permainannya

$$[66 - 6 \times 6 \div (6 + 6)] - 6$$

Wah yang di kurung harus didahulukan. Operasi \times atau \div juga harus didahulukan daripada + atau -

$$\begin{aligned} &= [66 - 36 \div 12] - 6 \\ &= [66 - 3] - 6 \\ &= 63 - 6 \\ &= 57 \\ &\text{Sip :) } \end{aligned}$$

Si Bulat 180, Si Cacah 30, Si Asli 23, 3 dan 7, juga si Negatif -15. Mereka bergabung dengan si Bulat 6 membentuk suatu permainan

$$\begin{aligned} &180 \div \{23 - [30 \div (3 \times 7 - 15)]\} \\ &= 180 \div \{23 - [30 \div (21 - 15)]\} \\ &= 180 \div \{23 - [30 \div 6]\} \\ &= 180 \div \{23 - 5\} \\ &= 180 \div 18 \\ &= 10 \\ &\text{Sip :) } \end{aligned}$$

Ada si Bulat yang bermain dengan si Asli 5 dan si Negatif -8. Aku sebuah bilangan bulat. Bila aku ditambah 5 dan dikalikan dengan -8, maka hasilnya adalah 56. Aku adalah ...

Pilihan jawabannya adalah a.7 b.-7 c.-22 d.-12

Si Asli memisalkan dia adalah si Bulat \spadesuit . Dan ... katanya

$$\begin{aligned} (\spadesuit + 5)(-8) &= 56 \\ -8\spadesuit - 40 &= 56 \\ -8\spadesuit &= 96 \\ \spadesuit &= -12 \end{aligned}$$

“Dia adalah si Bulat -12”, kata si Asli 5 dan si Negatif -8. “Sip :)”

Si Negatif -10 juga mengajak bermain. Lawan dari hasil $[-12 \times (15-23)] \times (-10)$ adalah ... Pilihan jawabannya a.960 b.-960 c.3.360 d.-3.360. Si Cacah menghitung terlebih dahulu

$$\begin{aligned} [-12 \times (15-23)] \times (-10) &= [-12 \times (-8)] \times (-10) \\ &= 96 \times (-10) \\ &= -960 \end{aligned}$$

“Jadi lawannya -960 adalah 960”, lanjut si Cacah. “Iya ... jawab benar adalah a”, kata si Negatif -10. “Sip :)” si Cacah dan si Negatif menepukkan tangan mereka.

“Sekarang giliranku”, kata si Nol ikut dalam permainan.

Jika $A = -13$, $B = 25$ dan $C = 8$, maka $2A + 3B - 5C$ adalah ...

Pilihan jawabannya adalah a.61 b.-13 c.9 d.-15

Si Bulat menuliskan

$$\begin{aligned} 2A + 3B - 5C &= 2(-13) + 3(25) - 5(8) \\ &= -26 + 75 - 40 \\ &= 9 \end{aligned}$$

“Jawab benar adalah c”, kata si Bulat. “Spi :)”, kata si Nol dan si Bulat bersama-sama. Sayang \heartsuit ... luv \heartsuit ... si Bulat :)

Walaupun bukan operasi dasar, pangkat pada bilangan bulat mempunyai ciri-ciri yang perlu diperhatikan:

Ada 2 kelompok dari kumpulan bilangan positif, si Asli sangat berbeda.

Kumpulan bilangan genap, **si Genap**, bilangan yang habis dibagi 2:

$$\{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

Kumpulan bilangan ganjil, **si Ganjil**, bilangan yang tidak bisa habis dibagi 2:

$$\{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

Si Bulat yang terdiri dari si Asli yang positif, si Nol atau si Negatif yang dalam perpangkatan mempunyai sifat

Si Asli pangkat si Asli apa aja, hasilnya positif, iya banget :)

Si Nol pangkat si Asli apa saja, hasilnya si Nol :0

Apa saja pangkat si Nol, hasilnya adalah 1 :0)

Si Negatif pangkat si Genap, hasilnya positif, iya banget :)

Si Negatif pangkat si Ganjil, hasilnya negatif, ga banget :(

Si Bulat bermain dalam perpangkatan. Jika $p = -20$, $q = -15$ dan $r = -2000$, maka hasil dari $p^2q^3 - r$ adalah ...

Si Bulat ingat p adalah si Negatif, pangkat 2, si Genap, hasilnya positif :)

$$(-20)^2 = 400$$

Sedangkan q si Negatif, pangkat 3 si Ganjil, hasilnya negatif :(

$$(15)^3 = -3375$$

Dan selanjutnya ...

$$\begin{aligned} p^2q^3 - r &= (400)(-3375) - (-2000) \\ &= -1350000 + 2000 \\ &= -1348000 \end{aligned}$$

"Haha aku bisa", kata si Bulat dengan riang. Sayang♥ ... luv♥ ... si Genap dan si Ganjil :)

KPK dan FPB

Setelah mengenal si Asli, si Nol, si Cacah, si Negatif dan si Bulat, selain bermain dengan operasi dasarnya, ada lagi permainan menarik mereka. Yaitu permainan-permainan yang disebut KPK dan FPB. KPK singkatan dari Kelipatan Persekutuan terKecil. FPB singkatan dari Faktor Persekutuan terBesar.

KPK dicari dari 2 bilangan cacah, si Cacah, atau lebih. Tentu saja, sebelumnya harus tahu dulu, apa itu kelipatan dari sebuah bilangan cacah, si Cacah? Misalkan si Cacah 6. Kelipatan dari si Cacah 6 adalah kumpulan dari kelipatan-kelipatan 6. Dimulai dari 1, 2, 3, ... dan seterusnya. Misalkan ... kelipatan 1 dari 6 adalah 6. Kelipatan 2 dari 6 adalah

12. Kelipatan 3 dari 6 adalah 18. Kelipatan 4 dari 6 adalah 24, Kelipatan 5 dari 6 adalah 30. Dan ... seterusnya sampai sebanyak-banyaknya, bisa sampai tak terhingga.

“Ini dia , kelipatan dari 6 adalah {6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, ... }”, kata si Cacah 6. “Dengan cara yang sama, inilah kelipatan dari 8 adalah {8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, ...}”, lanjut si Cacah 8. “Kelipatan Persekutuan dari 6 dan 8 adalah bilangan-bilangan yang merupakan, sekaligus, kelipatan 6 dan kelipatan 8”, kata mereka berdua.

$$\{24, 48, 72, \dots\}$$

Ada tak terhingga banyaknya juga kelipatan persekutuan 6 dan 8. “Jadi, KPK (Kelipatan Persekutuan terKecil) si Cacah 6 dan si Cacah 8 adalah 24”, si Cacah 6 dan 8 menyatakan KPK dari diri mereka.

Seperti juga KPK, pada FPB yang dicari adalah FPB dari 2 bilangan cacah, si Cacah atau lebih. disini, tentu saja harus tahu terlebih dahulu, apa itu faktor dari sebuah bilangan cacah. Ini aku ambil lagi ... si Cacah 6. Faktor dari 6 adalah ...

$$\begin{aligned}6 &= 1 \times 6, 1 \text{ dan } 6 \text{ adalah faktor dari} \\6 &= 2 \times 3, 2 \text{ dan } 3 \text{ adalah faktor dari } 6\end{aligned}$$

“Nah ... ini dia, faktor si Cacah 6 adalah {1, 2, 3, 6}”, kata si Cacah 6. Merupakan kumpulan bilangan yang bisa membagi habis 6. . Selanjutnya, faktor dari 8. Karena faktor dari 8 adalah kumpulan bilangan-bilangan yang habis membagi 8, maka aku bisa mencari faktor dari 8 dengan mencari satu per satu bilangan-bilangan yang habis membagi 8. Pasti bolangan-bilangan dari 1 sampai dengan 8”, kataku .”Iya”, kata si Cacah 8. “Misalkan 1 membagi habis 8 :) 1 adalah faktor. Lanjut 2 membagi habis 8 :) 2 adalah faktor. Lanjut 3 tidak membagi habis 8 :(3 bukan faktor. Lanjut 4 membagi habis 8 :) 4 adalah faktor. Setelah $2 \times 4 = 8$, faktor selanjutnya adalah pasangan dari bilangan-bilangan sebelum 2. Dalam hal ini adalah 1, $1 \times 8 = 8$:) 8 adalah faktor.” Faktor dari 8 adalah {1, 2, 4, 8}”, kata si Cacah 8

“Faktor Persekutuan dari 6 dan 8 adalah bilangan-bilangan yang merupakan faktor 6 dan faktor 8”, kata si Cacah 6 dan 8

$$\{1, 2\}$$

Hanya terhingga banyaknya Faktor persekutuan si Cacah 6 dan si Cacah 8. “FPB (Faktor Persekutuan terBesar) dari 6 dan 8 adalah 2”, si Cacah 6 dan 8 menyatakan PPB mereka.

Wah, kalau bilangannya besar, rumit juga ya menghitung kelipatannya dan faktornya. Ada cara lebih singkat untuk mencari KPK dan FPB dari 2 bilangan positif, si Cacah. Yaitu cara dengan menggunakan faktorisasi *primanya*. Maksudnya menjadikan si Cacah, sebagai perkalian bilangan prima. Sekarang ... harus tahu terlebih dahulu , apa itu bilangan prima, si Prima :P



Si Prima adalah bilangan yang hanya mempunyai 2 faktor yang berbeda atau bilangan yang hanya habis dibagi dirinya sendiri atau 1. Ingat ya ... 1 bukan si Prima. Si Prima adalah
{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 ... }

Ada tak hingga banyaknya bilangan prima, si Prima. Ku coba melihat ada apa saja dengan si Prima?. **Faktorisasi prima dari suatu si Cacah** adalah menjadikan si Cacah sebagai perkalian si Prima. **Faktor prima dari suatu si Cacah** adalah kumpulan bilangan prima yang merupakan faktor

Cara mencari Faktorisasi prima dari si Cacah 120 adalah sebagai berikut. Pilih bilangan prima, mulai dari yang terkecil, yang habis membagi si Cacah 120 ...

$$\begin{aligned}120 \div 2 &= 60 \\60 \div 2 &= 30 \\30 \div 2 &= 15 \\15 \div 3 &= 5 \\5 \div 5 &= 1\end{aligned}$$

Jadi ... faktorisasi prima dari 120 adalah

$$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \text{ atau } 120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

Sedangkan, faktorisasi prima dari si Cacah 136 adalah

$$\begin{aligned}136 \div 2 &= 68 \\68 \div 2 &= 34 \\34 \div 2 &= 17 \\17 \div 17 &= 1\end{aligned}$$

Jadi ... faktorisasi prima dari 136 adalah

$$136 = 2 \times 2 \times 2 \times 17 \text{ atau } 136 = 2^3 \times 17$$

Nah ...sesudah mendapat faktorisasi primanya, baru bisa menghitung KPK dan FPB dari si Cacah 120 dan si Cacah 136.

$$\begin{aligned}120 &= 2^3 \times 3 \times 5 \\136 &= 2^3 \times 17\end{aligned}$$

KPK didapatkan dari perkalian bilangan-prima yang pangkatnya besar. Sedangkan FPB dari perkalian bilangan-bilangan prima yang pangkatnya kecil. Pada 120 tampak perkalian si Prima 2, 3 dan 5. Dan pada 136 tampak perkalian si Prima 2 dan 17. Agar bisa menentukan mana yang pangkatnya besar dan yang pangkatnya kecil. Juga karena setiap bilangan pangkat 0 adalah 1. Faktorisasi prima dari 120 dan 136 kutuliskan dalam bentuk

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 17^0$$

$$136 = 2^3 \times 3^0 \times 5^0 \times 17$$

Si Peri Botak yang selalu membantu mengingatkan mencari KPK dan FPB. Didapatkanlah ...

$$\begin{aligned} \text{KPK dari 120 dan 136} &= \\ &= 2^3 \times 3 \times 5 \times 17 \\ &= 8 \times 3 \times 5 \times 17 \\ &= 2040 \\ \text{FPB dari 120 dan 136} &= \\ &= 2^3 \times 1 \times 1 \times 1 \\ &= 8 \end{aligned}$$

Terima kasih, sayang ♥... luv♥ ... Peri Botak :)



Si Cacah 300 dan 450. Berapakah KPK dan FPB nya? Si Cacah 300 dan 450 segera memilah-milah dirinya agar dapat dinyatakan sebagai faktorisasi prima. Seperti yang sering dibisikkan oleh Peri Botak, si Cacah 300 dan 450 untuk menentukan sendiri KPK dan FPB nya. Tks Peri Botak:)

The image shows a collage of mathematical work for finding the LCM and HCF of 300 and 450. It includes two division trees for 300 and 450, a prime factorization table, and the final calculations for KPK and FPB.

Division tree for 300:

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 300} \\ \underline{200} \\ 100 \\ \underline{75} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$$

Division tree for 450:

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 450} \\ \underline{225} \\ 225 \\ \underline{150} \\ 75 \\ \underline{75} \\ 0 \end{array}$$

$$450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$$

Prime factorization table:

300 =	2 ²	x	3	x	5 ²
450 =	2	x	3 ²	x	5 ²

KPK = 2² x 3² x 5²
= 4 x 9 x 25
= 900

FPB = 2 x 3 x 5²
= 2 x 3 x 25
= 150

Kini ... berapakah KPK dan FPB 3 bilangan cacah, Si cacah 125, 248 dan 600. Mereka, lagi-lagi, mereka memilah-milah diri mereka menjadi bentuk faktorisasi prima. Dan ... datanglah peri botak yang mengingatkan mereka cara menentukan KPK dan FPB nya. "Asik ... terima kasih Peri Botak :)", kata mereka bertiga dengan gembira

$125 = 5^3$
 $248 = 2^3 \times 31$
 $600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$

KPK = $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 31$
 $= 8 \times 3 \times 25 \times 31$
 $= 18600$

FPB = $1 \times 1 \times 1 \times 1$
 $= 1$

KPK - Kecil
 Ambil yang pangkatnya besar

FPB - Besar
 Ambil yang pangkatnya kecil

KPK dan FPB dari 4 bilangan cacah dapat dilakukan dengan cara yang sama seperti pada 2 atau 3 bilangan. Mereka akan memilah-milah diri sendiri menjadi bentuk faktorisasi prima. Dan peri botak ... tak ketinggalan untuk membantu. Sayang♥ ... luv♥ ... si Cacah dan Peri Botak :D

Ruangan si Nol berukuran 240 cm × 180 cm. Si Nol ingin memasang ubin dengan ukuran terbesar. Tentukan ukuran ubin yang tepat dan berapa banyak ubin yang diperlukan?

KPK - Kecil
 Ambil yang pangkatnya besar

FPB - Besar
 Ambil yang pangkatnya kecil

Ukuran ubin terbesar agar tepat untuk ruangan 240 cm × 180 cm adalah FPB dari 240 dan 180. Si Cacah 240 dan 180 memfaktorisasi prima diri mereka

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{FPB} = 2^2 \times 3 \times 5 = 4 \times 3 \times 5 = 60$$

Jadi ... ukuran ubin 60 cm × 60 cm. Banyak ubin yang digunakan adalah ...

$$\frac{240 \times 180}{60 \times 60} = 4 \times 3 = 12 \text{ ubin}$$

Si Cacah 60, 80 dan 180 mengendarai motor dari kota A ke kota B. Mereka berangkat bersama-sama dari tempat yang sama. Si Cacah 60 berhenti setiap 60 m. Si Cacah 80

berhenti setiap 80 m dan si Cacah 180 berhenti setiap 180 m. Setelah berapa jauh mereka akan berhenti bersama-sama di tempat yang sama?

Mereka akan bertemu pada jarak ... KPK dari 60, 80 dan 180 nya

$$\begin{aligned} 60 &= 2^2 \times 3 \times 5 \\ 80 &= 2^4 \times 5 \\ 180 &= 2^2 \times 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

$$\text{KPK} = 2^4 \times 3^2 \times 5 = 16 \times 9 \times 5 = 720$$

Jadi si Bulat, si Cacah dan si Asli berhenti bersama-sama di tempat yang sama setelah 720 m



Si Cacah 135, 180 dan 270 mempunyai 135 gula-gula, 180 coklat dan 270 biskuit. Mereka akan mengemas agar banyak gula-gula, coklat dan biskuit yang sebanyak-banyaknya dalam setiap kemasannya. Berapa banyak kemasannya yang akan dihasilkan? Berapa banyak gula-gula, coklat atau biskuit dalam masing-masing kemasannya?



Banyak kemasannya yang dihasilkan adalah FPB dari 135, 180 dan 270

$$\begin{aligned} 135 &= 3^3 \times 5 \\ 180 &= 2^2 \times 3^2 \times 5 \\ 270 &= 2 \times 3^3 \times 5 \\ \text{FPB} &= 3^2 \times 5 \\ &= 9 \times 5 \\ &= 45 \end{aligned}$$

“Jadi ada 45 kemasannya”, kata si Cacah 135, 180 dan 270 bersamaan . Dan masing-masing kemasannya terdiri dari

$$135 \div 45 = 3 \text{ gula-gula}$$

$$180 \div 45 = 4 \text{ coklat}$$

$$270 \div 45 = 6 \text{ biskuit.}$$

Ayo Bermain ♠

Sahabat-sahabat Matematika, si Asli, si Nol , si Cacah, si Negatif, si Bulat bermain kampungnya masing-masing. Tentu saja si Asli di kampung Asli. Si Cacah di kampung Cacah yang mencakup kampung Asli. Si Negatif tak punya kampung sendiri. Tapi si Negatif bergabung si Cacah membentuk kampung Bulat. Mereka semua bersama-sama bermain di kampung Bulat. Mereka melakukan operasi-operasi + , × , - atau ÷. Atau

campuran dari semua operasi. Mereka juga melakukan KPK dan FPB bersama Peri Botak.



Selesaikan hasil operasi dasar si Asli:

1. $12 \div 4 + 18 = \dots$
2. $66 \times 64 = \dots$
3. $45 \times (6 + 2) \div 18 \dots$
4. $26 - 46 \div 2 + 2^3 = \dots$
5. $100 \div 5 + 3 \times 12 = \dots$

Hai ... hai si Nol

1. Nama bilangan 10200 adalah ...
2. Nilai tempat angka 0 pada bilangan 70321 adalah ...
3. $400 \times 0 = \dots$
4. $400 \div 0 = \dots$
5. $0 \div 525 = \dots$
6. $0 \div 0 = \dots$
7. $(125)^0 = \dots$
8. $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ adalah si ...



Hoho si Negatif mengajak bermain

1. $100 - 350 = \dots$
2. $-13 \times (-2) = \dots$
3. $-64 \div 4 = \dots$
4. $(-12)^2 = \dots$
5. $(-10)^3 = \dots$





Ayo tuliskan semua si Prima diantara

1. 1 dan 20
2. 15 dan 45
3. 30 dan 60
4. 55 dan 72
5. 65 dan 100



Ayo tentukan faktor prima dan nyatakan dalam faktorisasi prima

1. 240
2. 455
3. 800
4. 1256
5. 2700

Ayo menghitung KPK dan FPB

1. 12, 15 dan 18
2. 35, 45 dan 55
3. 36, 54 dan 75
4. 20, 24 dan 120
5. 64, 84 dan 112



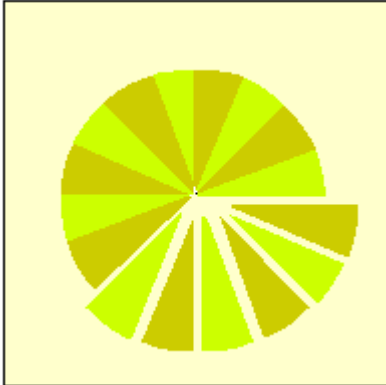


Ini dikenal sebagai hitung campuran bersama si Bulat

1. $-10 + 7 + (-2) - (-16) = \dots$
2. $18 \times \{[(12 + 3) \div 5] - (-2)\} = \dots$
3. $[-25 \div (5 - 10) + 8] \times 2 = \dots$
4. $7 \times (-2) + (-100) \div 4 = \dots$
5. $[210 \div (3 - 10) + 15 \times 2] \times 18 = \dots$

Si Rasional

Udara dingin pagi yang cerah terasa segar. Inar hari ini berulang tahun. Mini mengeluarkan kue yang sudah disiapkan sejak kemarin dari kulkas. Kue itu berbentuk lingkaran, berhiaskan wajah imut Inar. Dengan kulit yang putih bagaikan keturunan Cina. Rambut selalu dipotong pendek, setelinganya. Kue dari Mini bertuliskan Selamat Ulang Tahun Inar. Wah ... Inar sangat gembira dengan kejutan yang diberikan oleh Mini.



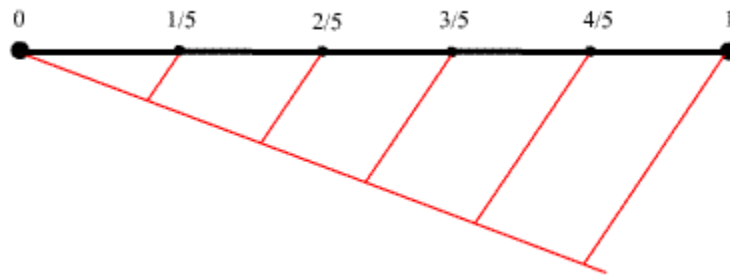
Inar memotong kue itu menjadi 16 bagian sama besar. Aku dan Mini, masing-masing, mengambil 1 potong kue. Dan sahabat-sahabat Inar yang lain. Mereka itu Si Rasional, si Bulat, si Negatif, si Cacah, si Asli dan si Nol. Mereka semua mengambil 6 potong kue. "Sepotong kue itu namanya $\frac{1}{16}$ bagian", kata Mini. Dan ... 6 potong kue namanya $\frac{6}{16}$ ", kata si Asli 6, sahabat matematika Inar :D.

Inar, anakku, juga ingin jadi matematikawati. Dulu aku lebih menginginkan Inar memilih program pendidikan (prodi) Elektro di ITB. Tapi Inar lebih memilih prodi matematika. Prodi Matematika ITB mengundang dia masuk tanpa harus membayar Sumbangan Dana Pendidikan Awal (SDPA) yang nilainya sebesar Rp 20.000.000,00. Inar mendapat undangan karena dia pernah ikut Olimpiade Sains Nasional (OSN) untuk bidang studi Matematika. Bersama 13 teman-temannya Inar mewakili DKI Jakarta ke ajang Olimpiade Sains Nasional. Pada tahun itu, teman-teman yang bersama Inar mewakili DKI Jaya dari SMA Swasta. Hanya Inar dari SMA Negeri. Semua WNI keturunan Cina, hanya Inar yang pribumi asli. Walau agak kecewa, aku mengizinkan Inar memilih prodi Matematika. Aku sayang Inar dan aku tahu dengan pasti Inar sangat sayang♥ ... luv♥... matematika:).

"Hai $\frac{1}{16}$ adalah bilangan pecahan. tidak bulat", kata si Bulat 1 yang ikut meramaikan ulang tahun Inar. Si Bulat 1, pertama hadir sebagai si Asli 1, unsur identitas untuk operasi \times . Aku teringat kampung Bulat. Garis bilangan bulat, tempat kedudukan titik-titik bilangan bulat, si Bulat, yang panjangnya tak terhingga. Kekanan makin besar, menuju ∞ . Sedangkan kekiri makin kecil, menuju $-\infty$



Apa yang terjadi jika sepenggal garis dari 0 hingga 1 (garis 0-1) dibagi menjadi 5 bagian yang sama



Terlihat bahwa 5 bagian kecil sama panjang dari sepenggal garis 0-1, menjatakan $\frac{1}{5}$ bagian. Titik-titik yang terbentuk merupakan tempat kedudukan titik-titik bilangan baru.

Diawali dengan titik bilangan 0 yang sudah dikenal. Titik berikutnya, maknanya 1 : 5. Nama bilangannya satu per lima atau se per lima. Lambang bilangan $\frac{1}{5}$. Berikutnya, maknanya $2 \times \frac{1}{5}$. Nama bilangan dua per lima. Lambang bilangan $\frac{2}{5}$. Berikutnya, maknanya $3 \times \frac{1}{5}$. Nama bilangan tiga per lima. Lambang bilangan $\frac{3}{5}$. Berikutnya, maknanya $4 \times \frac{1}{5}$. Nama bilangan empat per lima. Lambang bilangan $\frac{4}{5}$. Terakhir, maknanya $5 \times \frac{1}{5}$ Nama bilangan lima per lima. Lambang bilangan $\frac{5}{5}$. Dan ... $\frac{5}{5} = 1$

Bilangan $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$ adalah bilangan tidak bulat, ... bukan si Bulat. Bilangan-bilangan itu adalah bilangan pecahan. Juga disebut bilangan rasional, si Rasional

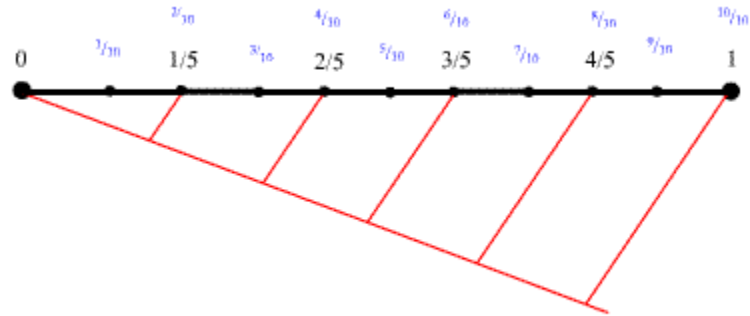
Ini si Rasional. Lihat hidungnya, ada pecahan. Bagian atas dinamakan **pembilang**. Bagian bawah dinamakan **penyebut**. Penyebutnya bukan si Nol. Si Rasional adalah bilangan yang

bisa dituliskan sebagai $\frac{p}{q}$ dengan $q \neq 0$. Si Rasional ... lucu :P

Si Rasional adalah sahabat matematika baru. Mereka bukan hanya $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$. Bahkan 1 juga si Rasional, karena $\frac{5}{5} = 1$. Siapa sajakah si Rasional?



Aku membagi lagi setiap $\frac{1}{5}$ bagian dari garis 0-1 menjadi 2 bagian yang sama. Apa yang terjadi dengan sepenggal garis 0-1 tadi?



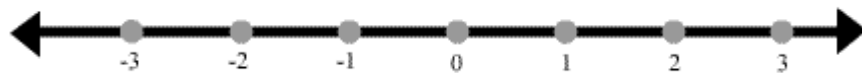
Terbentuklah titik-titik bilangan baru. Diawali dengan titik bilangan 0 yang sudah dikenal. Titik berikutnya, maknanya 1 : 10. Nama bilangan satu per sepuluh atau se per sepuluh. Lambang bilangan $\frac{1}{10}$. Berikutnya, maknanya 2 x $\frac{1}{10}$. Nama bilangan dua per sepuluh . Lambang bilangan $\frac{2}{10}$. Dan ... $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$. Berikutnya, maknanya 3 x $\frac{1}{10}$. Nama bilangan tiga per sepuluh . Lambang bilangan $\frac{3}{10}$. Berikutnya, maknanya 4 x $\frac{1}{10}$. Nama bilangan empat per sepuluh . Lambang bilangan $\frac{4}{10}$. Dan ... $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$. Berikutnya, maknanya 5 x $\frac{1}{10}$. Nama bilangan lima per sepuluh . Lambang bilangan $\frac{5}{10}$. Berikutnya, maknanya 6 x $\frac{1}{10}$. Nama bilangan enam per sepuluh . Lambang bilangan $\frac{6}{10}$. Dan ... $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$. Berikutnya, maknanya 7 x $\frac{1}{10}$. Nama bilangan tujuh per sepuluh . Lambang bilangan $\frac{7}{10}$. Berikutnya, maknanya 8 x $\frac{1}{10}$. Nama bilangan delapan per sepuluh. Lambang bilangan $\frac{8}{10}$. Dan ... $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$. Berikutnya, maknanya 9 x $\frac{1}{10}$. Nama bilangan sembilan per sepuluh. Lambang bilangan $\frac{9}{10}$. Berikutnya, maknanya 10 x $\frac{1}{10}$. Nama bilangan sepuluh per sepuluh. Lambang bilangan $\frac{10}{10}$. Dan ... $\frac{10}{10} = 1$

Aku perhatikan di gambar gambar ada beberapa dari si Rasional yang nama dan lambangnya tidak sama, tetapi nilainya sama. Si Rasional juga bisa merupakan si Bulat.

$$\begin{aligned}\frac{2}{10} &= \frac{1}{5} \\ \frac{4}{10} &= \frac{2}{5} \\ \frac{6}{10} &= \frac{3}{5} \\ \frac{8}{10} &= \frac{4}{5} \\ \frac{10}{10} &= 1\end{aligned}$$

Ini dikatakan pecahan senilai. **Si Rasional dikatakan pecahan senilai jika pembilang dan penyebutnya dikali atau dibagi dengan bilangan yang sama. Bilangan pembagi itu bukan si Nol.**

Dengan cara yang sama setiap penggal garis diantara 2 si Rasional dapat dibagi menjadi beberapa bagian si Rasional dengan cara yang sama. Sehingga terdapat tak terhingga banyaknya si Rasional. Si Rasional penyebutnya bukan si Nol :). Si Rasional rapat dimana-mana pada kampung Bulat. Sehingga Kampung si Bulat menjadi semakin rumit dengan menjadi kampung Rasional . Warga Kampung Bulat sudah tak terhingga banyaknya. Kehadiran si Rasional yang bentuknya pecahan warganya ... sulit dibayangkan. Ya ... tak terhingga banyaknya. Bentuk kampung Rasional sebagai berikut



Si Rasional rapat dimana-mana pada sebuah garis bilangan. Si Rasional makin ke kanan makin besar. Si Rasional terbesar ∞ . Si Rasional makin ke kiri makin kecil. Si Rasional terkecil $-\infty$. Si Rasional sebelah kanan si Nol adalah positif :). Si Rasional sebelah kiri si Nol adalah negatif :(

Sifat si Rasional seperti pembagian. Pembilang dan penyebut tandanya sama :) positif. Pembilang dan penyebut tandanya berbeda :(negatif

Si Rasional terdiri dari pembilang dan penyebut. Pembilang si Bulat. Penyebut juga si Bulat yang bukan si Nol. Sebagai pengenalan awal, ada 4 macam gaya si Rasional

Si Rasional pembilangnya lebih kecil dari penyebutnya adalah si Rasional yang lebih kecil dari 1, dinamakan **pecahan murni**

$$12/16 = 3/4$$

Si Rasional pembilangnya lebih besar dari penyebutnya. Si Rasional lebih besar dari 1. Yang ini $25/2$, dinamakan pecahan murni. Selanjutnya ...pecahan bagaikan pembagian

$$25 : 2 = 12 \text{ sisa } 1$$

Jadi $25/2 = 12\frac{1}{2}$. Dan $12\frac{1}{2}$ dinamakan **pecahan campuran**, yaitu penjumlahan si Bulat dengan pecahan murni $12 + \frac{1}{2}$

Si Rasional yang merupakan si Bulat. Si Rasional yang pembilangnya habis dibagi penyebutnya

$$36/4 = 9$$

Si Rasional yang merupakan 0, si Nol. Si Rasional yang pembilangnya 0, si Nol

$$0/4 = 0$$

Si Rasional ini memang lucu. Si Rasional memang tak terlalu ketat di satu gaya penulisan saja. Pecahan campuran bisa di jadikan pecahan murni

$$\begin{aligned} 2\frac{1}{5} \\ 2 &= \frac{10}{5} \\ 2\frac{1}{5} &= \frac{10}{5} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{11}{5} \end{aligned}$$

atau

$$2\frac{1}{5} = \frac{(2)(5)+1}{5}$$

$$= \frac{11}{5}$$

Dengan adanya pecahan senilai dan pecahan campuran, si Rasional sangat luwes tampil dengan berbagai cara. Tapi menurut aku tampilan si Rasional yang paling bagus adalah dalam bentuk pecahan campuran. Dan pecahan murni yang paling sederhana pembilang dan penyebutnya. Atau pembilang dan penyebutnya tidak bisa dibagi lagi bilangan yang sama.

Operasi + dan - pada si Rasional: Jika penyebut sama, tambah atau kurangkan pembilangnya. Jika penyebut beda. Penyebutnya disamakan dengan cara pilih bilangan (biasanya KPK nya). Lalu ... agar menjadi bilangan yang dipilih, perhatikan penyebut dikali berapa? Pembilang juga dikali ... si berapa itu. Setelah penyebutnya sama, tambah atau kurangkan pembilang nya

Operasi × pada si Rasional: Pembilang × pembilang dan penyebut × penyebut

Boleh disederhanakan terlebih dulu, bilangan yang letaknya di pembilang dan bilangan yang letaknya di penyebut dengan bilangan yang sama (biasanya dilakukan pencoretan)

Setiap bilangan rasional, si Rasional mempunyai kebalikan. Setiap bilangan rasional, si Rasional × kebalikannya = 1

$$10 \times \frac{1}{10} = 1$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = 1$$

$\frac{1}{10}$ adalah kebalikan dari 10

10 adalah kebalikan dari $\frac{1}{10}$

$\frac{6}{5}$ adalah kebalikan dari $\frac{5}{6}$

$\frac{5}{6}$ adalah kebalikan dari $\frac{6}{5}$

Operasi bagi pada si Rasional: Diubah menjadi operasi kali dengan cara pembagiannya dijadikan kebalikannya. Kemudian diperlakukan seperti operasi \times

Kegiatan operasi dasar di Kampung Rasional mempunyai kelebihan dari Kampung Bulat. Si Rasional tertutup terhadap operasi $+$, \times , $-$ atau \div . Dengan syarat pembagiannya bukan si Nol. Bersifat komutatif, asosiatif terhadap operasi $+$ dan \times , tetapi tidak komutatif dan asosiatif terhadap operasi $-$ dan \div

Ada 1, unsur identitas untuk operasi \times . Ada 0, unsur identitas untuk operasi $+$. Ada lawan untuk setiap si Rasional, sedemikian sehingga

$$\text{Si Rasional} + \text{lawannya} = \text{si Nol.}$$

Ada kebalikan untuk setiap si Rasional, sedemikian sehingga

$$\text{Si Rasional} \times \text{kebalikannya} = 1$$

Seperti pada si Bulat, operasi \times bergabung dengan $+$ akan berlaku hukum distributif.

Hari sudah siang. Acara ulang tahun Inar sudah selesai. Aku mengajak Mini membereskan dan mencuci piring dan gelas yang tadi dipakai. Tadinya Inar mau membantu mencuci piring dan gelas, tapi melihat aku dan Mini tampak tak memerlukan bantuan. Lalu Inar membuka tutup *electone* nya. Inar mulai menekankan tangannya diatas *tuts electone* nya. Dia meletakkan jari tangan kanannya yang mungil putih mulus di bagian atas untuk memainkan melodinya. Dan jari tangan kirinya di bagian bawah untuk memainkan kordnya. Kaki kanannya mengatur volume dan kaki kirinya sibuk memainkan bas lagu tersebut. Inar memainkan lagu *I believe i can fly*. Sebuah lagu indah yang biasa dinyanyikan oleh *R.Kelly* ... sebuah lagu kesayangannya. Sambil ditemani si Rasional, si Bulat, si Negatif, si Cacah, si Asli dan si Nol yang sambil bermain ...

Si Rasional $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{1}{2}$ dan $\frac{5}{12}$ melakukan suatu permainan. Urutan dari yang terkecil ke yang terbesar dari mereka adalah ...

Agar bisa dibandingkan mana lebih besar dan mana lebih kecil, mereka harus menyamakan penyebut mereka terlebih dahulu. Dengan cara mengubah penyebutnya menjadi KPK dari 4, 15, 2, dan 12



Faktorisasi prima dari 4, 15, 2 dan 12 adalah ...

$$\begin{aligned} 4 &= 2^2 \\ 15 &= 3 \times 5 \\ 2 &= 2 \\ 12 &= 2^2 \times 3 \end{aligned}$$

$$\text{KPK nya} = 2^2 \times 3 \times 5 = 4 \times 3 \times 5 = 60$$

Jadilah mereka dan urutannya dari yang terkecil ke yang terbesar ...

$$\frac{3}{4} = \frac{45}{60}, \text{ urutan 4}$$

$$\frac{3}{15} = \frac{12}{60}, \text{ urutan 1}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{30}{60}, \text{ urutan 3}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{25}{60}, \text{ urutan 2}$$

Lagi-lagi si Rasional $\frac{3}{4}$ dan $\frac{1}{2}$ bermain. Kali ini dengan si Rasional $\frac{5}{8}$ dan $\frac{1}{3}$. Juga dengan si Bulat 2. Mereka mengajak Inar untuk menyelesaikan operasi \times dan \div dari

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \div \frac{5}{8} \times 2 \div \frac{1}{3}$$

“Aha “, seru Inar. “Operasi \times dan \div . “Operasi bagi diubah jadi kali. Pembaginya dibalik”, sambung mereka bersama-sama.

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \div \frac{5}{8} \times 2 \div \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{8}{5} \times 2 \times \frac{3}{1}$$

Pada operasi \times si Rasional, pembilang \times pembilang dan penyebut \times penyebut. Maka jadilah hasilnya $\frac{144}{40}$. Yang bisa dijadikan pecahan campuran $3\frac{24}{40}$. Dan bisa disederhanakan menjadi $3\frac{3}{5}$. Sip :)

Tak ketinggalan si Bulat 1 dan 3. Bersama dengan si Rasional $\frac{1}{2}$ mengajak si Rasional

$\frac{2}{5}$, $\frac{3}{8}$ dan $\frac{5}{6}$ untuk menyelesaikan operasi $+$ dan $-$

$$3 + \frac{2}{5} - \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} + 1 = 4 + \frac{2}{5} - \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6}$$

“Si Bulat 1 dan 3 bisa ditambahkan terlebih dahulu”, kata mereka berdua. “Sedangkan pecahannya untuk operasi $+$ dan $-$ harus disamakan penyebutnya terlebih dahulu”.

Faktorisasi prima dari penyebut-penyebutnya ...

$$\begin{aligned} 5 &= 5 \\ 8 &= 2^3 \\ 2 &= 2 \\ 6 &= 2 \times 3 \end{aligned}$$

KPK nya adalah $2^3 \times 3 \times 5 = 120$
Jadi penyebutnya asal 120



$$\begin{aligned} &= 4 + \frac{48}{120} - \frac{45}{120} + \frac{60}{120} - \frac{100}{120} \\ &= 4 - \frac{37}{120} \\ &= 3 + \frac{120}{120} - \frac{37}{120} \\ &= 3 \frac{83}{120} \\ &\text{Sip:D} \end{aligned}$$

Sambil masih tetap memainkan lagu *I believe I can fly* nya R Kelly dengan sangat indah. Serasa Inar benar-benar

yakin bisa terbang
menyentuh langit
angan-angannya setiap malam
setiap hari
mengembangkan sayap
terbang jauh ... jauh
ada keajaiban yang ingin dicapai
semua harus dimulai dari dalam hatinya sendiri

Si Asli 6 dan 2 juga gembira bermain-main. Kali ini hitung campuran. Yaitu campuran operasi-operasi +, ×, - dan ÷

$$\frac{1}{2} \times 6 + 2 \div \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

“ Oh ... oh ... ada operasi × dan ÷ harus dikerjakan terlebih dahulu”, kata si Asli 6. “Harus dikurung dulu”, sambung si Asli 2. “Kurung yang dibuat adalah kurung kotak”, kata si Rasional yang terlibat dalam permainan juga.

$$\left[\frac{1}{2} \times 6 \right] + \left[2 \div \frac{1}{4} \right] - \left[\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} \right]$$

$$\begin{aligned}
&= [3] + [2 \times \frac{4}{1}] - [\frac{3}{10}] \\
&= 3 + 8 - \frac{3}{10} \\
&= 11 - \frac{3}{10} \\
&= 10 + \frac{10}{10} - \frac{3}{10} \\
&= 10\frac{7}{10} \\
&\text{Sip :)}
\end{aligned}$$

Permainan terakhir. Mereka bersama-sama . Campur-campur operasi-operasi +, ×, - dan ÷. Tapi ... ada yang sudah dikurung. Harus dikerjakan terlebih dahulu ...

$$\frac{3}{8} \times (\frac{5}{8} + \frac{1}{4}) \div \frac{1}{4} - \frac{2}{6} \times \frac{3}{4}$$

Yang dalam kurung harus diselesaikan terlebih dahulu

$$\frac{3}{8} \times (\frac{5}{8} + \frac{2}{8}) \div \frac{1}{4} - \frac{2}{6} \times \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned}
&= \{ (\frac{3}{8} \times \frac{7}{8}) \div \frac{1}{4} \} - (\frac{2}{6} \times \frac{3}{4}) \\
&= \{ \frac{21}{64} \times \frac{4}{1} \} - \frac{6}{24} \\
&= \frac{84}{64} - \frac{6}{24}
\end{aligned}$$



Penyebutnya harus disamakan terlebih dahulu. Faktorisasi prima dari 64 dan 24 adalah ...

$$\begin{aligned}
64 &= 2^6 \\
24 &= 2^3 \times 3
\end{aligned}$$

KPK nya adalah $2^6 \times 3 = 64 \times 3 = 192$

$$\begin{aligned}
&= \frac{252}{192} - \frac{48}{192} \\
&= \frac{204}{192}
\end{aligned}$$

$$= 1 \frac{12}{192}$$

$$= 1 \frac{1}{16}$$

Sip



Inarpun mengakhiri permainan *electronnya* dengan ...

aku bisa terbang
aku bisa terbang

Dia mematikan power, merapikan bukunya dan memasang penutupnya. Dan ... menutup lamunan di hari pertama usianya yang ke 18 bersama si Rasional dan sahabat-sahabat matematika yang lain. Bisa terbang dengan indah dan yakin akan rasa sayang♥ ... luv♥ ... matematika :)

Desimal, Perbandingan dan Persen

Si Rasional memang lucu.. Dia adalah bilangan yang dapat dituliskan dalam bentuk $\frac{p}{q}$ dimana p dan q masing-masing adalah si Bulat dan q bukan si Nol. Karena itu Si Rasional bisa merupakan bilangan pecahan atau bisa juga merupakan bulat. Tapi selain penulisan dengan bentuk $\frac{p}{q}$ dimana p dan q masing-masing adalah si Bulat dan q bukan si Nol, si Rasional dapat dituliskan dalam bentuk desimal, persen atau perbandingan.

Desimal berasal dari bahasa Latin *deci*, yang artinya adalah 10. Bilangan desimal adalah bilangan yang nilai tempatnya pangkat dari 10. Bilangan desimal ditandai dengan tanda koma. Di sebelah kiri koma menunjukkan bagian bulat dan di sebelah kanan koma menunjukkan bagian pecahannya. Sebagai contoh bilangan dengan nama **seribu dua ratus tiga puluh empat, koma lima ribu enam ratus tujuh puluh delapan**, yang dilambangkan dengan ...

1234,5678

Bilangan di sebelah kiri tanda koma, si Bulat yang nilainya adalah ...

$$1(10^3) + 2(10^2) + 3(10^1) + 4(10^0)$$

$$= 1(1000) + 2(100) + 3(10) + 4(10)$$

$$= 1234$$

Bilangan di sebelah kanan tanda koma, si Pecahan yang nilainya adalah

$$\begin{aligned}
& 5(10^{-1}) + 6(10^{-2}) + 7(10^{-3}) + 8(10^{-4}) \\
&= 5\left(\frac{1}{10}\right) + 6\left(\frac{1}{100}\right) + 7\left(\frac{1}{1000}\right) + 8\left(\frac{1}{10000}\right) \\
&= \frac{5000}{10000} + \frac{600}{10000} + \frac{70}{10000} + \frac{8}{10000} \\
&= \frac{5678}{10000}
\end{aligned}$$

Jadi ... bilangan 1234,5678 adalah si Rasional dengan nilai

$$1234 + \frac{5678}{10000} = 1234\frac{5678}{10000}$$

Seperti si Rasional, ada 3 gaya yang merupakan ciri utama si Desimal
Si Desimal yang merupakan **pecahan murni** 0,15. Bilangannya 15. Ada 2 angka di

sebelah kanan koma, jadi $0,15 = \frac{15}{100}$.

Si Desimal yang merupakan **pecahan campuran**, ada si Bulat dan ada pecahannya 156,75. Bilangannya 15675. Ada 2 angka di sebelah kanan koma. Sebagai pecahan murni $156,75 = \frac{15675}{100}$. Atau sebagai pecahan campuran $156,75 = 156\frac{75}{100}$.

Si Desimal yang merupakan **si Bulat** 36,000

“Apakah si Rasional senantiasa bisa dijadikan si Desimal?”, tanya si Rasional $\frac{1}{2}$. “Bisa sih ...”, jawab si Rasional $\frac{3}{4}$. “Penyebutnya harus dijadikan bilangan pangkat dari 10, yaitu 10, 100, 1000, 10000 dan seterusnya”.

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{10}$$

Bilangannya 5. Penyebutnya 10, ada 1 angka di sebelah kanan koma $\frac{1}{2} = 0,5$

$$\frac{3}{4} \times \frac{25}{25} = \frac{75}{100}$$

Bilangannya 75. Penyebutnya 100, ada 2 angka di sebelah kanan koma $\frac{3}{4} = 0,75$

“Bagaimana bentuk desimalku?”, tanya si Rasional $\frac{9}{8}$. “Aku tahu!”, jawab si Rasional $\frac{5}{2}$.

$$\frac{9}{8} \times \frac{125}{125} = \frac{1125}{1000}$$

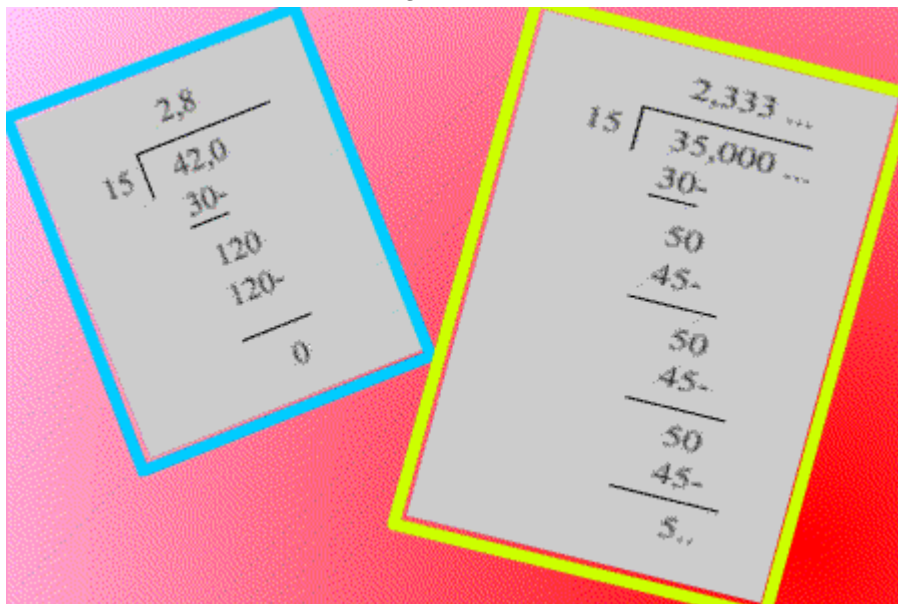
Bilangannya 1125. Penyebutnya 1000, ada 3 angka di sebelah kanan koma $\frac{9}{8} = 1,125$.

$$\frac{5}{2} \times \frac{5}{5} = \frac{25}{10}$$

Bilangannya 25. Penyebutnya 10, ada 1 angka di sebelah kanan koma $\frac{5}{2} = 2,5$.

‘Terkadang **terlalu sulit untuk melihat apakah penyebut suatu si Rasional bisa dijadikan suatu bilangan pangkat dari 10**. Bahkan kadang memang tidak bisa untuk dijadikan bilangan pangkat dari 10’, kata si Rasional $\frac{42}{15}$. “Untuk hal ini digunakan cara

pembagian bersusun”, kata si Rasional $\frac{35}{15}$.



$$\frac{42}{15} = 2,8$$

$$\frac{35}{15} = 2,333 \dots \text{ dan seterusnya sampai tak terhingga}$$

Operasi tambah dan kurang si Desimal: Bisa dilakukan secara bersusun seperti si Bulat, komanya diluruskan

Operasi kali pada si Desimal:

Bisa dilakukan secara bersusun seperti si Bulat, dengan mengabaikan komanya terlebih dahulu. Setelah ada hasilnya, bilangan disebelah kanan koma pada hasil banyaknya harus sama dengan bilangan di sebelah kanan koma pada bilangan-bilangan yang di kali.

Operasi bagi pada si Desimal:

Yang penting pembagiannya harus si Bulat. Kalau pembagiannya si Desimal, harus dijadikan si Bulat dengan dengan bilangan pangkat 10 sehingga menjadi si Bulat. Dan ... yang

dibagi dikalikan dengan bilangan pangkat dari 10 yang sama. Selanjutnya ... dilakukan seperti pembagian bersusun pada umumnya. Kalau yang dibagi ... tiba saatnya menurunkan bilangan di sebelah kanan koma, tuliskan koma pada hasil.

Sebaliknya ... apakah si Desimal senantiasa bisa di jadikan si Rasional? Belum tentu! Si Desimal bilangan di sebelah kanan koma terhingga banyaknya senantiasa dapat di jadikan si Rasional

$$156,75 = 156 \frac{75}{100}$$

$$= 156 \frac{3}{4}$$

Atau bisa juga ...

$$2,8 = 2 \frac{8}{10}$$

$$= 2 \frac{4}{5}$$

Sedangkan ... si Desimal yang bilangan di sebelah kanan koma tak terhingga banyaknya. Bisa di jadikan si Rasional. Asalkan bilangan di sebelah kanan koma berulang.

$$\begin{aligned} \text{Misalkan } p &= 2,333 \dots \\ p \text{ ini harus bisa di jadikan si Rasional} \\ 10p &= 23,333 \dots \\ 10p - p &= 23,333 \dots - 2,333 \dots \\ 9p &= 21 \\ p &= \frac{21}{9} \\ &= \frac{7}{3} \end{aligned}$$

Dengan mengalikan pembilang dan penyebutnya dengan 5, maka didapatkan seperti contoh sebelumnya

$$= \frac{35}{15}$$

$$2,333 \dots = \frac{35}{15} \text{ Sip:})$$

“Bagaimana menjadikan bentuk $\frac{p}{q}$ dengan p dan q si Bulat, sedangkan q bukan si Nol dari si Desimal 0,105105105 ...?”, tanya si Desimal

$$\begin{aligned}
&\text{Misalkan} \\
&s = 0,105105105 \dots \\
&1000s = 105,105105105 \dots \\
&1000s - s = 105,105105105 \dots - 0,105105105 \dots \\
&999s = 105 \\
&s = \frac{105}{999} \\
&\text{Jadi } \dots 0,105105105 \dots = \frac{105}{999}
\end{aligned}$$

Si Rasional yang lucu. Sayang♥ ... luv♥ ... si Rasional

Aku harus membahas permainan matematika salah seorang siswiku dari sebuah Sekolah Internasional di Bumi Serpong Damai (BSD), kabupaten Tangerang, propinsi Banten. Wah! Asik aku ditemani para sahabat matematika. Si Rasional, si Bulat, si Negatif, si Cacah, si Asli, dan si Nol ramaii-ramai ikut dalam permainan. Aku dan si Rasional mencari-cari, permainan apa ya yang sebaiknya dibahas sebagai *review*. Aku buka buku pegangan siswiku. Si Asli tak mau ketinggalan, dia memilih *Revision III*. Ada 4 *exercises*. Ada permainan *fraction, percentage, ratio*. Permainan di buku siswaku dalam bahasa Inggris. Dalam bahasa Indonesianya kira kira begini :)

Si A dan B masing-masing mempunyai uang \$4200 dan \$7200. Berapa perbandingan uang A dan B? "Uang A : uang B = 4200 : 7200", kata si Cacah 4200. "Perbandingan ini harus dituliskan dalam bentuk paling sederhana". "Caranya seperti penyederhanaan pecahan, keduanya dibagi bilangan yang sama, sampai tidak bisa disederhanakan lagi", si Cacah 7200 ikut menjelaskan. "Dalam hal permainan ini dibagi dengan 600" "Jadi ... Uang A : Uang B = 7 : 12", si Nol berhasil menemukan paling cepat.

Seorang membawa uang \$200 untuk membeli buku. Yang harga 1 buku \$8.40. Berapa banyak buku yang didapat? Berapa sisa uangnya? "Aku tahu, banyak buku yang didapat = 200 : 8.40" kata si Rasional serentak. Dalam bahasa Inggris penulisan si Desimal menggunakan titik 8.40. Dalam bahasa Indonesia penulisan si Desimal menggunakan koma 8,40. Dalam operasi bagi, pembagiannya harus ... bilangan bulat. Maka masing-masing harus dikali 100, dan menjadi 20000 : 840. "Eh ... masing-masing bisa dibagi 10, si Nol paling kanan dihilangkan saja", kata si Nol. "Jadilah 2000 : 84 = 23 sisa 68". "Jadi, banyak buku yang didapat adalah 23 buku", kata si Rasional melanjutkan. "Dan sisa uangnya adalah \$68".

Jika $27\frac{1}{2}$ liter premium dapat digunakan untuk 220 km. Maka 680 km memerlukan berapa premium?



Dalam perbandingan harus dirasa-rasakan, makin banyak km (jarak) nya, premiumnya juga makin banyak atau makin sedikit? Si Rasional $27\frac{1}{2}$ mengatakan, "Makin banyak". Jadi **perbandingan lurus**. "Bagian kiri keatas, bagian kanan juga keatas",

kata si Bulat 220 sambil membuat coret-coret.

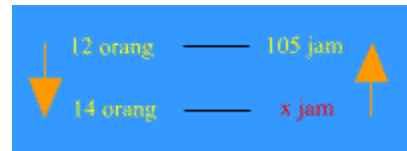
Dituliskannya x yang akan dihitung di bagian atas. Panahnya digambar ke atas

$$\begin{aligned} \frac{x}{27 \frac{1}{2}} &= \frac{680}{220} \\ x &= \frac{\cancel{34} \cancel{680}}{\cancel{11} \cancel{220}} 27 \frac{1}{2} \\ x &= \frac{\cancel{17} \cancel{34} \cancel{55}}{\cancel{11} \cancel{2}} 5 \end{aligned}$$

"Asik", kata si Bulat 680. "Dan hasilnya adalah $x = 17 \times 5 = 85$ ". "Jadi, untuk 680 km memerlukan 85 liter premium".

Sebuah pekerjaan di kampung Rasional. Dikerjakan oleh **kelompok 12**, yang terdiri 12 orang akan selesai 15 hari. Dengan bekerja 7 jam per hari. Pekerjaan yang sama. Dikerjakan oleh **kelompok 14**, yang terdiri dari 14 orang akan selesai 10 hari. Berapa jam **kelompok 14** bekerja per hari? Si Bulat mengingatkan, bahwa 12 orang menyelesaikan pekerjaan dalam 15 hari. Kelompok 12 bekerja 7 jam sehari, artinya 12 orang menyelesaikan pekerjaan dalam $15 \times 7 = 105$ jam

Si Bulat 12 mengajak untuk membandingkan antara 12 orang bisa menyelesaikan dalam waktu 105 jam. Maka 14 orang akan menyelesaikan dalam berapa jam?



Dalam sebuah pekerjaan, makin banyak orang pekerjaan itu makin lama atau makin cepat selesainya. Makin banyak orang, makin sedikit jam kerjanya. Jadi ... ini **perbandingan terbalik**. Kalau sebelah kiri panah ke bawah, sebelah kanan panah keatas. Atau sebaliknya ...

$$\begin{aligned} \frac{x}{105} &= \frac{\cancel{12} \cancel{6}}{\cancel{14} \cancel{7}} \\ x &= \frac{\cancel{6} \cancel{15}}{\cancel{7} \cancel{105}} \end{aligned}$$

"Jadi $x = 6 \times 15 = 90$, maksudnya 14 orang dapat menyelesaikan pekerjaan itu dalam 90 jam". kata si Real. "Sedangkan tadi ... dikatakan 14 orang akan menyelesaikan dalam 10 hari". "Kesimpulannya, 10 hari = 90 jam dan 1 hari = 9 jam", kata si Bulat 14. "Jadi pekerjaan diselesaikan oleh 14 orang bekerja 9 jam per hari".

Tampak diatas, permainan perbandingan ada 2 jenis perbandingan yaitu **perbandingan lurus dan perbandingan terbalik**. Sebuah perbandingan merupakan perbandingan lurus atau terbalik dapat dirasa-rasakan dari ceritanya. Bisa dibuat beraneka ragam cerita dari perbandingan lurus dan terbalik ini.

Persen, yang diberi lambang %, adalah si Rasional dengan penyebut 100. Merubah si Rasional menjadi bentuk % adalah dengan cara dikali 100%. Karena

$$100\% = \frac{100}{100} = 1$$

Baik si Rasional ataupun si Desimal bisa diubah mendadi bentuk %.

Seseorang membeli 5 kg ... aduh apa ya tadi di buku siswiku ... dengan harga \$12.50 per kg Jika dikenakan pajak 6% tiap kg nya. Berapakah yang harus dibayar untuk pembelian 5 kg?. "Harga total 5 kg = $5 \times \$12.50 = \62.50 ", kata si Asli 5

"Dan pajaknya adalah 6% dari \$62.50, yaitu

$$\begin{aligned} & 6\% \times \$62.50 \\ &= \frac{6}{100} \times \$62,50 \\ &= \$3,75 \end{aligned}$$

Jadi ... total yang harus dibayar seseorang tersebut adalah...

$$\begin{aligned} &= \$62.50 + \$3.75 \\ &= \$66.25 \end{aligned}$$

Jika $p = \frac{3}{4}$ dan $q = 1\frac{5}{7}$. Tentukan nilai $\frac{p}{q}$ dalam bentuk persen!

"Yang dimaksud dengan $\frac{p}{q}$ adalah $p : q$ ", kata si Rasional $\frac{3}{4}$. "Dan $1\frac{5}{7} = \frac{12}{7}$ ", kata si

Rasional $1\frac{5}{7}$. "Jadi ...", lanjut mereka berdua.

$$\begin{aligned} \frac{p}{q} &= \frac{3}{4} \div \frac{12}{7} \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{7}{12} \\ &= \frac{7}{16} \end{aligned}$$

Dan ... dalam bentuk persennya adalah

$$\begin{aligned} & \frac{7}{16} \times 100\% \\ &= \frac{700}{16} \% \\ &= \frac{175}{4} \% \\ &= 43\frac{3}{4} \% \end{aligned}$$

Sayang♥ ... luv♥ ... matematika :)

Seseorang mempunyai sebidang tanah pertanian $\frac{1}{3}$ bagian untuk karet, $\frac{3}{8}$ bagian untuk kelapa sawit dan $\frac{1}{6}$ bagian untuk durian. Sisanya seluas 23 ha untuk coklat. Berapakah luas tanah yang ditanami durian?

Kali ini siswiku tak mau kalah. "Misalkan luas tanah seluruhnya = x ha", katanya. Maka luas tanah yang untuk karet = $\frac{1}{3}$ x ha, untuk kelapa sawit = $\frac{3}{8}$ x ha dan durian = $\frac{1}{6}$ x ha

Selanjutnya, sisanya untuk coklat seluas 23 ha, maka ...

$$\begin{aligned} x - \frac{1}{3}x - \frac{3}{8}x - \frac{1}{6}x &= 23 \\ \frac{24}{24}x - \frac{8}{24}x - \frac{9}{24}x - \frac{4}{24}x &= 23 \\ \frac{3}{24}x &= 23 \\ \frac{1}{8}x &= 23 \\ x &= 184 \end{aligned}$$

"Jadi ... luas tanah seluruhnya adalah 184 ha", kata siswaku.

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \times 184 &= 30,6666 \dots \\ &\approx 30,67 \end{aligned}$$

"Dan ... yang ditanami durian adalah 30,67 ha", katanya lagi.

Kulihat siswaku, si Rasional dan sahabat-sahabat matematika yang lain mulai gelisah ... cape kali. Sebenarnya akupun cape. Tapi tanggung ah ... ada beberapa permainan lagi tentang perbandingan. Sebenarnya ini didasari hukum perbandingan yang ... lurus dan

terbalik. Tapi, ada variasi soal yang kadang tidak terlalu mudah untuk dimengerti oleh seorang siswa.

Perbandingan uang $A \div B \div C = 3 \div 4 \div 9$. Uang B lebih besar \$2.80 dari uang A. Berapakah uang C?

"Untuk masalah perbandingan, bisa dilakukan pemisalan berikut", kata si Cacah 3.

$$\begin{aligned}\text{Uang A} &= 3x \\ \text{Uang B} &= 4x \\ \text{Uang C} &= 9x\end{aligned}$$

"Lalu ikuti ceritanya Uang B lebih besar \$2.80 dari uang A", sambung si Cacah 4.
"Artinya $\text{Uang B} - \text{Uang A} = \2.80 . Dan jadilah perhitungan berikut".

$$\begin{aligned}4x - 3x &= 2.80 \\ x &= 2.80\end{aligned}$$

"Maka uang $C = 9x = 9 \times 2.80 = \25.20 ", kata siswaku yang juga merasa asik bisa berkenalan dan bermain dengan si Asli dan sahabat-sahabat matematika yang lain. Sayang♥ ... luv♥ ... sahabat-sahabat matematika :)

Suatu pekerjaan, jika A dan B dapat menyelesaikan dalam 8 hari. Jika A saja dapat menyelesaikan dalam 12 hari, maka B saja dapat menyelesaikan pekerjaan itu dalam berapa hari? Wah ... ini gimana ya?. Perhatikan kalau A bisa menyelesaikan suatu pekerjaan dalam 1 hari. Dan B juga bisa menyelesaikan pekerjaan itu dalam 1 hari. Tidak berarti ... kalau A dan B bersama menyelesaikan pekerjaan itu, akan diselesaikan dalam $1 + 1 = 2$ hari. Seharusnya malahan lebih cepat. **Menurut aku harinya tak mungkin ditambahkan. Pekerjaannya yang seharusnya bisa ditambahkan.** "Karena itu ...", bisik si Cacah 8 dengan ragu. "Jika A dan B dapat menyelesaikan dalam 8 hari berarti A dan B dalam 1 hari menyelesaikan $\frac{1}{8}$ pekerjaan". "Dan ... " dengan lantang si Cacah 12 melanjutkan. "Jika A saja dapat menyelesaikan dalam 12 hari berarti A saja dalam 1 hari menyelesaikan $\frac{1}{12}$ pekerjaan". Jadi ... B saja dalam 1 hari menyelesaikan

$$\begin{aligned}\frac{1}{8} - \frac{1}{12} &= \frac{3}{24} - \frac{2}{24} \\ &= \frac{1}{24}\end{aligned}$$

"Kalau B saja dalam 1 hari menyelesaikan $\frac{1}{24}$ pekerjaan", kata mereka berdua. "Maka B saja saja dapat menyelesaikan pekerjaan itu dalam 24 hari".

Kuberikan kesempatan kepada siswiku untuk memilih permainan yang akan ditanyakan. Ada 2 permainan yang dipilih, tentang hubungan **jarak, kecepatan dan waktu (JKW)**.

Jarak kota PQ = j km
Mobil berjalan dengan kecepatan k km/jam
Waktu untuk menempuhnya w jam
Maka didapatkan hubungan
 $j = k \times w$

Aku heran, kenapa ada materi JKW. Tapi karena ini pertanyaan siswaku, maka aku dan sahabat-sahabat matematika berusaha menjelaskan.

Pertanyaan-1:) Seseorang dari kota P ke kota Q dengan waktu $5\frac{3}{4}$ jam. Jika dengan kecepatan $5\frac{km}{jam}$ jarak kota PQ dapat ditempuh dalam $4\frac{1}{4}$ jam. Maka berapakah kecepatan orang tadi dalam menempuh jarak kota PQ

Si Rasional $4\frac{1}{4}$ berusaha menlelaskan. "Jarak PQ yang jika dengan kecepatan $5\frac{km}{jam}$ ditempuh dalam $4\frac{1}{4}$ jam adalah ... "

$$\begin{aligned} j &= k \times w \\ &= 5 \times 4\frac{1}{4} \\ &= 5 \times \frac{17}{4} \\ &= \frac{85}{4} \end{aligned}$$

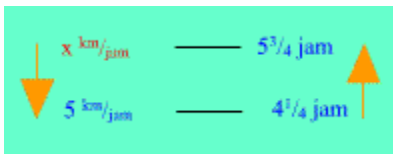
"Jadi jarak PQ jika ditempuh dengan $4\frac{1}{4}$ jam adalah $\frac{85}{4}$ km", kata si Rasional $5\frac{3}{4}$. "Dan dengan kecepatan berapakah seseorang dapat menempuh jarak $\frac{85}{4}$ km dengan waktu $5\frac{3}{4}$ jam adalah ...".

$$\begin{aligned} j &= k \times w \\ \frac{85}{4} &= k \times 5\frac{3}{4} \\ \frac{85}{4} &= k \times \frac{23}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k &= \frac{85}{4} \times \frac{4}{23} \\
 &= \frac{85}{23} \\
 &= 3 \frac{16}{23}
 \end{aligned}$$

"Jadi, kecepatan seseorang tadi dalam menempuh jarak PQ adalah $3 \frac{16}{23} \text{ km/jam}$ ".

"Ini kan bisa diselesaikan dengan **perbandingan terbalik**. Dalam hubungan jarak, kecepatan dan waktu, kecepatan dan waktu senantiasa berbanding terbalik", kataku. "Oh ... iya", kata si Rasional bersama-sama. Sayang♥ ... luv♥ ... si Rasional :)



$$\begin{array}{r}
 x \\
 \hline
 5
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 4 \frac{1}{4} \\
 \hline
 5 \frac{3}{4}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x \\
 \hline
 5
 \end{array}
 =
 \frac{17}{23} \cdot 5$$

$$x = \frac{85}{23}$$

"yang dimaksud dengan x adalah kecepatan seseorang yang menempuh jarak PQ yang bisa ditempuh dalam $4 \frac{1}{4}$ jam dengan kecepatan 5 km/jam ", kataku. "Jadi ... jawabannya sama dengan cara sebelumnya, kecepatan seseorang tadi dalam menempuh jarak PQ adalah $3 \frac{16}{23} \text{ km/jam}$ ".

Hujan turun dengan derasnya. Aku masih harus meyelesaikan sebuah pertanyaan lagi. Lagi-lagi ini masalah JKW. Dikenalnya sebagai masalah **bertemu**

Pertanyaan-2 : :) Sebuah mobil berangkat dari kota A ke kota B dengan kecepatannya 72 km/jam . Dan sebuah lori dari B ke A dengan kecepatan 38 km/jam . Berapa jamkah waktu yang mereka perlukan sampai bertemu?

Jarak kota AB = 550 km



Waktu yang diperlukan oleh mobil sampai titik bertemu = waktu yang diperlukan Lori sampai titik bertemu. Aku misalkan waktu tempuh sampai mereka bertemu adalah t jam

Kutuliskan rumusan jarak yang ditempuh oleh mobil dan Lori, masing-masing, sampai bertemu. Jarak tempuh mobil = $72 \times t = 72t$. Jarak tempuh Lori = $38 \times t = 38t$. Pada gambar terlihat

$$\begin{aligned} \text{Jarak tempuh mobil} + \text{Jarak tempuh Lori} &= \text{jarak AB} \\ 72t + 38t &= 550 \\ 110t &= 550 \\ t &= 5 \end{aligned}$$

Jadi ... waktu yang mereka perlukan sampai bertemu 5 jam. Hehe ... selesai sudah. Si Nol tersenyum :). Si Rasional menyodorkan daftar hadir. Setelah menandatangani daftar hadir, siswaku berpamitan pulang. Semoga permainan bersama sahabat-sahabat matematika bermanfaat. Hujan pun reda

Si Irasional dan si Real

Malam ini sangat indah. Bintang-bintang bertaburan di langit. Aku terkenang masa kecilku. Aku hidup dan dibesarkan di desa. Ayahku bekerja di sebuah pabrik gula di sebuah kota di bagian timur pulau Jawa. Pulau Jawa adalah salah satu dari kepulauan yang ada di Indonesia.

Seperti pada umumnya pabrik gula yang ada di pulau Jawa, terletak di sebuah pedesaan. Tinggal di perumahan yang ada lingkungan pabrik gula, sangat berbeda dengan Jakarta. Tempat aku membesarkan anak-anakku, bermain bersama sahabat-sahabat Matematika.

Anak-anak pedesaan sering bersenda gurau di halaman hingga larut malam. Setiap malam melihat perilaku bintang-bintang di langit. Kalau bintang bertaburan sangat banyak ... rapat di seluruh permukaan langit. Tanda hari sangat cerah. Tak akan ada hujan. Kalau bintang sangat sedikit ... ada kemungkinan hujan. Kalau tak ada bintang, wah hujan akan turun dengan lebat.

Si Rasional rapat dimana-mana pada sebuah garis bilangan? Kampung Rasional, yang berbentuk garis bilangan Rasional. Apakah merupakan sebuah garis yang padat? Apakah sudah tak ada lagi bilangan yang lain pada garis tersebut?

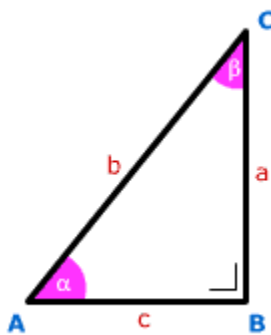
Mula-mula Kampung Asli, kumpulan bilangan bulat positif. Si Nol, hanya satu bilangan nol. Diperluas dengan Kampung Cacah, kumpulan si Nol bergabung si Asli. Lalu ... ada si Negatif, kumpulan bilangan bulat negatif. Diperluas lagi ... Kampung Bulat, gabungan si Negatif, si Nol dan si Asli, kumpulan bilangan bulat. Dipilah-pilah sampai sekecil-kecilnya, sampai rapat ... menjadi Kampung Rasional. Tempat si Rasional $\frac{p}{q}$, dimana p

si Bulat , q si Bulat , q bukan si Nol. Jadi pertanyaannya, apakah setiap titik pada garis bilangan merupakan warga Kampung Rasional? Apakah setiap titik pada garis bilangan merupakan bilangan rasional yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{p}{q}$, dimana p si Bulat , q si Bulat , q bukan si Nol?

Si Rasional bisa dijadikan si Desimal. Ada si Desimal dengan bilangan yang di sebelah kanan koma terhingga banyaknya. Ada juga si Desimal dengan bilangan yang di sebelah kanan koma tak terhingga banyaknya, tapi berulang. Itulah si Rasional. Sedangkan ... si Desimal dengan bilangan yang di sebelah kanan koma tak terhingga banyaknya, **tapi tak berulang**. Dia bukan si Rasional. Bukan warga Kampung Rasional. Siapakah dia?. Dimanakah letaknya pada sebuah garis bilangan?

Dulu ... pada abad ke 6, Pythagoras, menemukan sebuah teorema (hukum) untuk suatu segitiga siku-siku. Pythagoras adalah seorang filsuf dan matematikawan Yunani.

Kuadrat sisi miringnya = jumlah kuadrat sisi-sisi siku-siku nya



Segitiga siku-siku adalah segitiga yang salah satu sudutnya siku-siku atau 90^0 . Sisi miringnya adalah b dan sisi siku-sikunya adalah a dan c. Menurut teorema Pythagoras akan berlaku

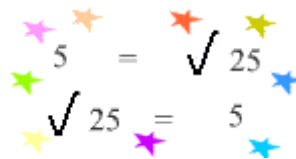
$$b^2 = a^2 + c^2$$

Untuk segitiga siku-siku sama kaki dengan sisi siku-siku $a = 1$ dan $c = 1$

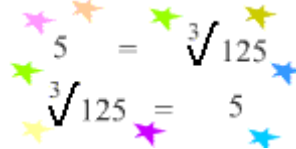
Maka sisi miringnya adalah

$$\begin{aligned} b^2 &= 1^2 + 1^2 \\ &= 1 + 1 \\ &= 2 \\ b &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

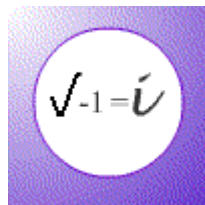
Siapakah $b = \sqrt{2}$? Kucoba mengenalinya. Dengan mengingat lagi $5^2 = 5 \times 5 = 25$...


$$\begin{aligned} 5 &= \sqrt{25} \\ \sqrt{25} &= 5 \end{aligned}$$

Juga $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$. Dikatakan 5 adalah akar pangkat 3 dari 25...


$$\begin{aligned} 5 &= \sqrt[3]{125} \\ \sqrt[3]{125} &= 5 \end{aligned}$$

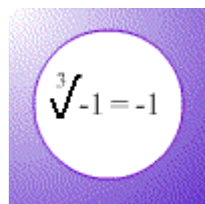
Ada lagi ... akar dari dari si Negatif, si Imajiner. Dia sahabat anakku Inar


$$i \times i = -1$$

$$i \times i = -1$$

Akar pangkat genap dari si Negatif, adalah si Imajiner

Tapi ... $(-1)^3 = (-1)(-1)(-1) = -1$. Akar pangkat 3 dari si Negatif


$$\sqrt[3]{-1} = -1$$

Akar pangkat si Ganjil dari si Negatif, bukan si Imajiner.

Kembali ke segitiga siku-siku dengan teorema Pythagorasnya, $b = \sqrt{2}$. Si Aslikah?? Si Cacahkah? Si Bulatkah Rasionalkah? Kalau dihitung pakai kalkulator, $\sqrt{2}$ adalah si Desimal. Dia ... si Desimal yang bilangan di sebelah kanan koma tak terhingga dan tak berulang. Tidak bisa dijadikan bentuk $\frac{p}{q}$, dimana p si Bulat, q si Bulat, q bukan si Nol.

Aku andaikan dia si Rasional. Maka $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, dimana p si Bulat, q si Bulat dan q bukan si Nol. Dan ... paling sederhana. Yaitu p dan q, masing-masing tidak dapat dibagi bilangan yang sama. Dalam hal ini **p dan q dikatakan saling prima**.

Jika dikuadratkan
maka bagian kiri dan kanannya tanda sama dengan
akan menjadi

$$2 = \frac{p^2}{q^2}$$

$$2q^2 = p^2 \quad *)$$

Yang artinya ... p^2 adalah genap

Maka ... p adalah genap

p genap

Yang artinya ... $p = 2h$, dengan h si Bulat

ha... ha ... kembali ke *)

$$\begin{aligned} 2q^2 &= (2h)^2 \\ &= 4h^2 \end{aligned}$$

Jika dikali $\frac{1}{2}$... atau dibagi 2

maka bagian kiri dan kanannya tanda sama dengan

akan menjadi

$$q^2 = 2h^2$$

Yang artinya ... q^2 adalah genap

Jadi ... q adalah genap

Lo ... kok, p genap dan q genap. Jadi p dan q, masing-masing, bisa dibagi 2. Jadi p dan q bisa dibagi bilangan yang sama. Wah ... wah ... pengandaianku salah :(.

Jadi $\sqrt{2}$ bukan si Rasional.



Dia si Irasional yang terletak pada di antara 1 dan 2. Si Irasional yang lain masih banyaaak. Disebut kumpulan bilangan irasional. Apakah si Irasional selalu bentuk akar? Belum tentu! Itu si bilangan e , itu si π . Apakah bentuk akar selalu si Irasional? Belum tentu juga :P

Ada bentuk akar yang ternyata bukan si Irasional, tapi si Bulat

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{25} = 5$$

Ada bentuk akar yang bisa di sederhanakan sampai terlihat sebagai kombinasi si Bulat dan si Irasional ...

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} = 6\sqrt{5}$$

Operasi tambah dan kurang pada si Irasional: disederhanakan, lalu si Irasional yang sejenis di kelompokkan

$$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{2} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$10 - \sqrt{3} - \sqrt{3} = 10 - 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{144} + \sqrt{120} = 12 + 2\sqrt{30}$$

Operasi kali pada si Irasional: bilangannya dikalikan, lalu disederhanakan

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{6} \times \sqrt{3} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{7} \times \sqrt{7} = \sqrt{49} = 7$$

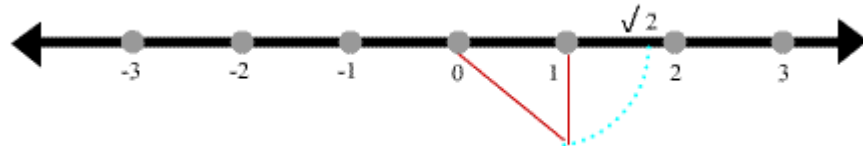
$$\sqrt{12} \times 4\sqrt{5} = 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{15}$$

Operasi bagi pada si Irasional: Operasi bagi bisa menghasilkan pecahan dalam bentuk akar. Kalau ada pecahan yang penyebutnya dalam bentuk akar. Itu ga cantik ... harus dibuat cantik :). Dengan cara dikalikan dengan bilangan yang nilainya 1, dan ... pilih penyebut bisa jadi bilangan rasional.

$$\sqrt{6} \div \sqrt{2} = \sqrt{6 \div 2} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \div \sqrt{2} &= \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \text{ (tidak cantik)} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ (jadi cantik)} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{6} \text{ (cantik sederhana)} \end{aligned}$$

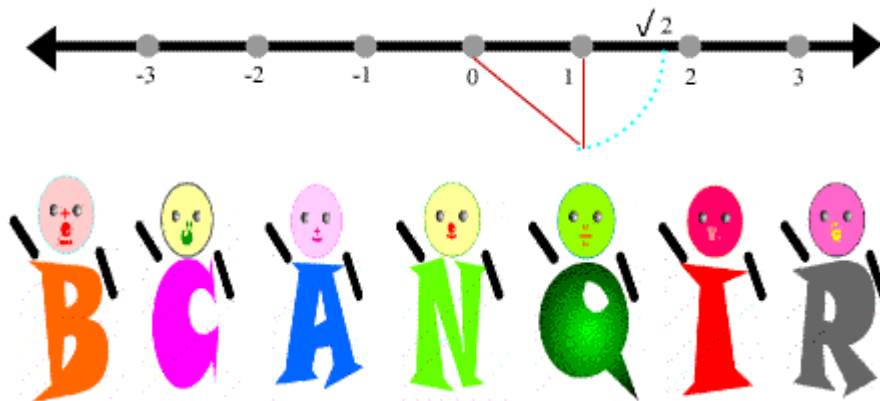
Si Rasional dan si Irasional kalau bergabung membentuk sebuah kampung baru lagi, Kampung Real, yang bentuknya



Si Real yang padat pada sebuah garis bilangan, Garis Bilangan Real.

panjangnya ... ∞
 bilangan terbesar ∞
 bilangan terkecil $-\infty$

operasi kurang pada si Real, operasi tambah dengan lawannya
operasi bagi pada si Real, operasi kali dengan kebalikannya



Warga kampung Real yang terdiri dari Si Asli, si Nol, si Cacah, si Negatif, si Bulat, si Rasional dan si Irasional bahu membahu membangun **Garis Bilangan**. Ada korespondensi satu-satu antara si Real dan titik pada sebuah garis bilangan. Suatu si Real berkorespondensi dengan tepat sebuah titik pada sebuah garis bilangan. Dan sebuah titik pada garis bilangan berkorespondensi dengan tepat sebuah si Real. Garisnya disebut **Garis Bilangan Real**.

Si Real yang padat dan sexy. Maksudnya padat pada sebuah garis bilangan. Sayang♥ ... luv ♥... si Real :)



Ayo Bekerja ♥



Ayo bermain urutan pecahan dari tekecil ke terbesar

1. $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{12}, \frac{8}{9}$
2. $\frac{2}{5}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{3}$
3. $\frac{1}{2}, \frac{3}{7}, \frac{2}{5}, \frac{4}{9}$
4. $\frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{9}{20}$
5. $\frac{5}{6}, \frac{3}{5}, \frac{2}{9}, \frac{3}{10}$

Ayo bermain hitungan pecahan dan menuliskan hasilnya dalam bentuk paling sederhana

1. $\frac{1}{4} \div (\frac{1}{3} + \frac{3}{4}) = \dots$
2. $1\frac{3}{4} + 1\frac{5}{16} \times \frac{4}{9} - 1\frac{1}{5} = \dots$
3. $3\frac{4}{5} \times (-1\frac{1}{2}) + 2\frac{1}{3} \div (-1\frac{1}{3}) = \dots$
4. $(-5\frac{1}{2}) + [4\frac{1}{2} \times (-\frac{1}{12})] = \dots$
5. $(-\frac{3}{5}) \times 2\frac{1}{2} - 2 \times (-1\frac{1}{3}) = \dots$

Ayo bermain dalam pecahan, desimal atau persen

Pecahan	Desimal	Persen
$\frac{9}{8}$ %
...	0,875	... %
$\frac{7}{40}$...	$12\frac{1}{2}$ %
...
	...	$33\frac{1}{3}$ %

Ayo menyederhanakan bentuk akar

- $\sqrt{32} + \sqrt{2} = \dots$
- $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5} = \dots$
- $6\sqrt{3} \times \sqrt{3} = \dots$
- $\sqrt{99} - \sqrt{44} + \sqrt{11} = \dots$
- $2\sqrt{20} + 3\sqrt{45} = \dots$



Ayo menjadikan bentuk yang cantik dan sederhana

- $\frac{1}{\sqrt{5}} = \dots$
- $\frac{6}{\sqrt{6}} = \dots$
- $\frac{12}{\sqrt{3}} = \dots$
- $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{12}} = \dots$
- $\frac{9\sqrt{12}}{2\sqrt{18}} = \dots$

Ayo kuadratkan bentuk akar berikut

- $(\sqrt{3})^2 = \dots$
- $(3\sqrt{3})^2 = \dots$

$$3. (3\sqrt[3]{3})^2 = \dots$$

$$4. \left(\frac{1}{3}\sqrt{3}\right)^2 = \dots$$

$$5. \left(\frac{3}{3\sqrt{3}}\right)^2 = \dots$$

Ayo bermain dalam perkalian dengan menggunakan hukum distribusi dan sederhanakan

$$1. (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) = \dots$$

$$2. \sqrt{2} (\sqrt{6} - \sqrt{3}) = \dots$$

$$3. (3\sqrt{5} + \sqrt{15})^2 = \dots$$

$$4. (\sqrt{12} + \sqrt{2})(\sqrt{8} - \sqrt{5}) = \dots$$

$$5. (\sqrt{144} - \sqrt{20})^2 = \dots$$

Ayo jadikan bentuk yang cantik, dengan merasionalkan penyebutnya dan menyederhanakan ...

$$1. \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \dots$$

$$2. \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \dots$$

$$3. \frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \dots$$

$$4. \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$$

$$5. \frac{\sqrt{8} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \dots$$



Ayo menghitung tanpa kalkulator

1. $3 \times 0,74 - \frac{3}{4} + 4,006 = \dots$
2. $[66 - 6 \times 6 : (6 + 6)] - 6 = \dots$
3. $12,3 - 2 \times (3 - 5,4) = \dots$
4. $0,2 \times 0,3 : 0,0012 = \dots$
5. $2,304 \div 0,2 + 1\frac{3}{8} = \dots$

Ayo menjadikan bentuk desimal ...

1. $\frac{25}{4} = \dots$
2. $\frac{3}{25} = \dots$
3. $\frac{2}{7} = \dots$
4. $\frac{41}{11} = \dots$
5. $\frac{75}{13} = \dots$



Ayo menjadikan bentuk pecahan rasional, si Rasional ...

1. $0,25252525\dots = \dots$
2. $0,82222222\dots = \dots$
3. $12,55555555\dots = \dots$
4. $124,35353535\dots = \dots$
5. $10,34111111\dots = \dots$